Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

WS 1993/94
Semestralklausur
19. Feb. 1994

Einführung in die Informatik III

Bearbeitungszeit für die 7 Aufgaben der Klausur: 2 Stunden 15 Minuten
Verwenden Sie nicht die Farben Rot und Grün (reserviert für Korrektur)!

Aufgabe 1 [3 Punkte]

Sei $\mathbb{N}$ die Menge der nichtnegativen ganzen Zahlen, und seien die Funktionen $f, g: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} f(n) &= |\sin(n\pi/2)| \\ g(n) &= |\cos(n\pi/2)| \; . \end{aligned}$$

(a) Geben Sie *zwei verschiedene* Funktionen $h_1, h_2: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ an, so daß für $i = 1, 2$ gilt:

$$h_i = O(f) \quad \text{und} \quad h_i = O(g).$$

(b) Es sei $\mathbb{R}^+$ die Menge der nichtnegativen reellen Zahlen. Gibt es eine Funktion $h: \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+$, die unendlich oft > 0 ist und für die

$$h = o(f)$$

gilt? Begründen Sie kurz Ihre Antwort!

Aufgabe 2 [6 Punkte]

Die Fibonacci-Zahlen F_n seien gegeben durch

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 \\ F_1 &= 1 \\ F_n &= F_{n-1} + F_{n-2} \quad \text{für } n \geq 2 \; . \end{aligned}$$

Der Zeitbedarf $z(n)$ eines Programms zur Berechnung von F_n gemäß dieser Definition ergebe sich zu

$$\begin{aligned} z(0) &= 1 \\ z(1) &= 2 \\ z(n) &= z(n-1) + z(n-2) + 1 \quad \text{für } n \geq 2 \; . \end{aligned}$$

(a) Wie läßt sich die Folge $(z(n))_{n \geq 0}$ auf die Folge $(F_n)_{n \geq 0}$ zurückführen?

(b) Gewinnen Sie eine homogene Rekursionsgleichung für $z(n)$, indem Sie die Gleichung für $z(n-1)$ von der für $z(n)$ subtrahieren. Welche *charakteristische Gleichung* ergibt sich daraus für $z(n)$? Leiten Sie daraus die allgemeine Lösung für $z(n)$ ab (ohne Bestimmung der Konstanten für die gegebenen Anfangswerte $z(0)$ und $z(1)$)!

Aufgabe 3 [7 Punkte]

Bei der Analyse der durchschnittlichen Komplexität einer Implementierung von `Quicksort` ergebe sich folgendes System von (Un)gleichungen:

$$\begin{aligned} z_1 &= 1\,; \\ z_n &\leq n + \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n-1}(z_k + z_{n-k}) \text{ für } n \geq 2\,. \end{aligned}$$

Beweisen Sie, daß es eine Konstante $c > 0$ gibt, so daß sich, z.B. durch vollständige Induktion, zeigen läßt:

$$z_n \leq n + c \cdot n \log n \text{ für alle } n \geq 1\,.$$

Hilfestellung: Es gilt:

$$\sum_{k=1}^{n-1} k \ln k \leq \int_1^n t \ln t \, dt = \left[\frac{t^2}{2}\ln t - \frac{t^2}{4}\right]_1^n = \frac{n^2}{2}\ln n - \frac{n^2-1}{4}\,.$$

Aufgabe 4 [3 Punkte]

Sei die folgende Sequenz von MI-Befehlen gegeben:

```
CLEAR   W       R0
MOVE    B       I H'B',R0
ROT             I 'B',R0,R0
SH              I H'B',R0,R0
MOVE    B       I 'B',R0
ANDNOT  W       I -32-H'10000',R0
```

Geben Sie den Inhalt von R0 nach jedem der sechs Befehle in hexadezimaler Schreibweise an!

Aufgabe 5 [8 Punkte]

Schreiben Sie eine MI-Funktion (entsprechend den in der Vorlesung angegebenen Aufrufkonventionen)

`vielfachheit(deskr:adresse, wert:integer):integer ,`

die — gegeben die Adresse `deskr` des Felddeskriptors (gemäß den in der Vorlesung angegebenen Konventionen, mit deskriptor-relativer Anfangsadresse *raa*) eines mehrdimensionalen Feldes von ganzen Zahlen (also von Feldelementen mit Kennung W) und ein Suchwert `wert` (ebenfalls mit Kennung W) — feststellt, wie oft dieser Suchwert unter den Feldelementen auftritt. Beschreiben Sie kurz Ihre Vorgehensweise und versehen Sie Ihr Programm mit erläuternden Kommentaren.

Aufgabe 6 [7 Punkte]

Die Funktion $f:\ \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ sei rekursiv wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} f(0,y) &= g(y) \\ f(x,y) &= h(f(x-1,y),x,y) \quad \text{für } x > 0\ . \end{aligned}$$

Schreiben Sie eine MI-Funktion gemäß den in der Vorlesung besprochenen Aufrufkonventionen, die $f(x,y)$ berechnet. Verwenden Sie dabei Aufrufe der Funktionen g und h (die anderswo implementiert seien) mit jeweils passender Anzahl von Wertparametern (call-by-value). Versehen Sie Ihr Programm mit erläuternden Kommentaren!

Aufgabe 7 [6 Punkte]

Es gibt in Ostafrika eine tiefe Schlucht, über die ein Seil gespannt ist, so daß Paviane sich darauf von einer Seite zur anderen hangeln können. Mehrere Paviane können die Schlucht gleichzeitig überqueren, solange sie sich in der gleichen Richtung bewegen. Andernfalls tritt eine Verklemmung auf, da die Paviane nicht übereinander klettern und ihre Bewegungsrichtung nicht ändern können (zumindest nicht auf dem Seil).
Schreiben Sie ein Programm in C für die Paviane auf jeder der beiden Seiten, die die Schlucht überqueren wollen. Zur Synchronisation sind Semaphore zu verwenden. Ihr Programm muß Verklemmungen vermeiden und zulassen, daß mehrere Paviane die Schlucht gleichzeitig überqueren. Beschreiben Sie verbal die Funktionsweise Ihrer Synchronisation, insbesondere Bedeutung und Zweck der verwendeten Semaphore.