Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

SS 1994
Semestralklausur
27. Juli 1994

Einführung in die Informatik IV

Bearbeitungszeit für die 7 Aufgaben der Klausur: 2 Stunden 15 Minuten.
Verwenden Sie nicht die Farben Rot und Grün (reserviert für Korrektur)!

Aufgabe 1 [8 Punkte]

Über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ sei die Sprache H folgendermaßen definiert:

$$H = \{w \in \Sigma^*;\ a \text{ darf nicht unmittelbar nach } a \text{ auftreten}\}.$$

(a) H ist eine reguläre Sprache. Geben Sie einen deterministischen endlichen Automaten A an mit $L(A) = H$.

(b) Beschreiben Sie H durch eine rechtslineare Grammatik.

(c) Beschreiben Sie H durch einen regulären Ausdruck.

Aufgabe 2 [8 Punkte]

(a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an für die Sprache

$$L_1 = \{a^i b^j c^k;\ i > 0 \text{ und } k > j \geq 0\}.$$

(b) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an für die Sprache

$$L_2 = \{a^i b^j c^k;\ k \geq 0 \text{ und } i = j > 0\}.$$

(c) Welche Worte der Form $a^i b^j c^k$ umfaßt $L_3 = L_1 \cap L_2$? Beweisen Sie, daß L_3 nicht kontextfrei ist.

Aufgabe 3 [4 Punkte]

Seien $A_1 = (Q_1, \Sigma, q_1, \delta_1, F_1)$ und $A_2 = (Q_2, \Sigma, q_2, \delta_2, F_2)$ zwei deterministische endliche Automaten, mit $L_1 = L(A_1)$ und $L_2 = L(A_2)$.

(a) Welche Sprache erkennt der endliche Automat

$$B = (Q_1 \times Q_2, \Sigma, (q_1, q_2), \delta, F_1 \times F_2),$$

wobei $\delta((p,q),\sigma) := (\delta_1(p,\sigma), \delta_2(q,\sigma))$, für alle $p \in Q_1$, $q \in Q_2$, und $\sigma \in \Sigma$?

(b) Wie muß die Menge $F \subseteq Q_1 \times Q_2$ der akzeptierenden Endzustände festgesetzt werden, damit der Automat in (a) die Sprache $L_1 \cup L_2$ erkennt?

Aufgabe 4 [7 Punkte]

Sei B ein vollständig linksbalanzierter Binärbaum mit n Knoten (d.h. B ist ein vollständiger Binärbaum, bei dem, von rechts nach links, einige, aber nicht alle seiner Blätter entfernt worden sind; die Wurzel hat definitionsgemäß Tiefe 0). Die Höhe eines Knoten v ist definiert als die Höhe des Unterbaums mit Wurzel v. Zeigen Sie, daß für die Anzahl m_h der Knoten in B mit Höhe h gilt:

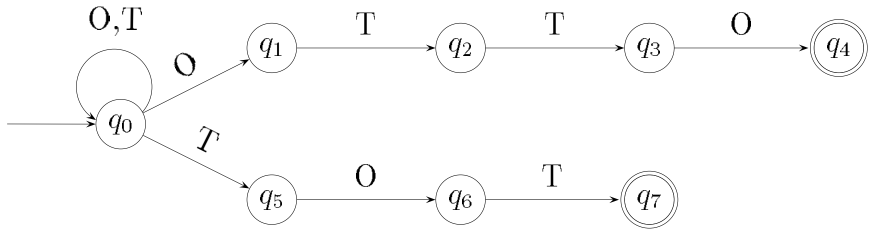
$$m_h \leq \lceil \frac{n}{2^{h+1}} \rceil .$$

Aufgabe 5 [4 Punkte]

Gemäß der in der Vorlesung gegebenen Definition ist ein (ungerichteter) Graph genau dann ein Baum, wenn er zusammenhängend und azyklisch ist. Zeigen Sie: Ein (ungerichteter) Graph ist ein Baum genau dann, wenn es zu je zwei seiner Knoten u und v genau einen einfachen Pfad zwischen u und v gibt.

Aufgabe 6 [6 Punkte]

Gegeben sei ein nichtdeterministischer endlicher Automat, der alle Zeichenreihen aus $\{O, T\}^*$ akzeptiert, die auf OTTO oder TOT enden.



Geben Sie einen äquivalenten deterministischen Automaten an.

Aufgabe 7 [3 Punkte]

Die Familie der Chomsky-0-Sprachen ist abgeschlossen unter

	ja	nein	offen
Vereinigung			
Durchschnitt			
Komplement			
Konkatenation			
Kleenescher Hülle			
Homomorphismus			