Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

WS 1994/95
Übungsblatt 1
22. Dez. 1994

Algorithmen und Datenstrukturen – Effiziente Algorithmen I

(Hausaufgaben-Abgabetermin: 17. November 1994, 10:00Uhr)

Aufgabe 1

Beweisen Sie folgenden Satz:
Seien $a \geq 1, b > 1$ und $k \in \mathbb{N}$ konstant, $f(n)$ eine Funktion und $T(n)$ definiert durch die Rekursionsgleichung $T(n) = aT(n/b) + f(n)$, $n = b^k$. Dann ist

$$T(n) = \begin{cases} \theta(n^{\log_b a}), & \text{falls } f(n) = O(n^{\log_b a - e}) \text{ für ein konstantes } e > 0, \\ \theta(n^{\log_b a} \lg n), & \text{falls } f(n) = \theta(n^{\log_b a}), \\ \theta(f(n)), & \text{falls } f(n) = \Omega(n^{\log_b a + e}) \text{ für ein konstantes } e > 0 \\ & \text{und } af(n/b) \leq cf(n) \text{ für ein konstantes } c < 1; \end{cases}$$

dabei bezeichnet lg den Logarithmus zur Basis 2.

Aufgabe 2

Tragen Sie in die folgende Tabelle die maximale Eingabelänge ein, so daß ein Problem bei Laufzeit $T(n)$ in der angegeben Zeit t gelöst werden kann, wenn die Zeit für einen Rechenschritt eine Mikrosekunde beträgt.

	0,01 Sek.	1 Sek.	1 Min.	1 Std.	1 Tag	1 Mon.	1 Jahr
$\lg n$							
$1000 \lg n$							
$\sqrt{n}$							
$1000\sqrt{n}$							
n							
$1000n$							
$n \lg n$							
$1000n \lg n$							
n^2							
$1000n^2$							
n^3							
$1000n^3$							
2^n							
$1000\ 2^n$							
$n!$							
$1000n!$							

Aufgabe 3

Lösen Sie folgende Rekursionsgleichungen:
i) $T(n) = 3T(n/4) + n \lg n$, ii) $T(n) = 2T(n/2) + n \lg n$.

Aufgabe 4

Markieren Sie in der folgenden Tabelle für jedes Paar (A,B), ob A O, o, Ω, ω oder θ von B ist. ($k \geq 1, \epsilon > 0$ und $c > 1$ sind Konstanten).

A	B	O	o	Ω	ω	θ
$\lg^k n$	n^ϵ					
n^k	c^n					
$\sqrt{n}$	$n^{\sin n}$					
2^n	$2^{n/2}$					
$n^{\lg m}$	$m^{\lg n}$					
$\lg(n!)$	$\lg(n^n)$					