Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

WS 1994/95
Übungsblatt 5
22. Dez. 1994

# Algorithmen und Datenstrukturen – Effiziente Algorithmen I

(Hausaufgaben-Abgabetermin: 15. Dezember 1994, 10:00Uhr)

## Aufgabe 1

Bestimmen Sie die amortisierte Zeit für eine Folge von $m$ ACCESS-Operationen auf einer $n$-elementigen Menge, wobei eine Splay-Tree-Implementierung zugrundegelegt wird. *Hinweis*: Setzen Sie das Gewicht eines jeden Knoten gleich $\frac{1}{n}$, und bestimmen Sie eine obere Schranke für den Potentialverlust (= Verringerung des "Bankguthabens").

## Aufgabe 2

Die Voraussetzungen seien wie in der vorhergehenden Aufgabe. Weiterhin gebe $q(i)$, $i = 1, \ldots, n$, an, wie oft der $i$-te Knoten das Ziel einer ACCESS-Operation ist. Zeigen Sie, daß unter der Voraussetzung $q(i) > 0$ für alle $i$ die amortisierte Zeit für die $m$ ACCESS-Operationen durch

$$O\left(m + \sum_{i=1}^{n} q(i) \log\left(\frac{m}{q(i)}\right)\right)$$

beschränkt ist.

## Aufgabe 3

Sei eine Folge von $m$ Splay-Tree-Operationen der Arten ACCESS, JOIN[23], SPLIT, INSERT, DELETE gegeben, die mit einer Kollektion leerer Splay-Trees beginnt. Sei $n_i$ die Anzahl der Knoten in den Splay-Trees, die in der $i$-ten Operation beteiligt sind. Zeigen Sie: Der amortisierte Zeitbedarf für die $m$ Operationen ist

$$O(m + \sum_{i=1}^{m} \log n_i)\,.$$

## Aufgabe 4

Vergleichen Sie die Laufzeiten unterschiedlich langer Operationsfolgen auf (2,4)-Bäumen mit denen auf $O(\log\log N)$ Vorrangwarteschlangen. Untersuchen Sie auch den Einfluß der Größe des Schlüsselbereichs. Setzen Sie hierzu den LEDA-Datentyp `eb_tree`, welcher $O(\log\log N)$ Vorrangwarteschlangen implementiert, in den Testrahmen `ue3test.C` aus Aufgabe 4, Übungsblatt 3 ein. Beachten Sie, daß bei Benutzung von `eb_tree` der Header `LEDA/impl/eb_tree.h` im Testrahmen inkludiert werden muß.