Technische Universität München	WS 1994/95
Institut für Informatik	Übungsblatt 6
Prof. Dr. Ernst W. Mayr	22. Dez. 1994

Algorithmen und Datenstrukturen – Effiziente Algorithmen I

(Hausaufgaben-Abgabetermin: 22. Dezember 1994, 10:00Uhr)

Aufgabe 1

Gegeben sei eine n-elementige Menge M. Wieviele Vergleiche braucht man, um das Minimum *und* das Maximum von M gleichzeitig zu bestimmen? Beweisen Sie eine obere wie auch untere Schranke.

Aufgabe 2

i) Der Algorithmus von Blum, Floyd, Pratt, Rivest und Tarjan unterteilt die gegebene Menge S in zwei Teilmengen $S_1 := \{s' \in S | s' < s\}$ und $S_2 := \{s' \in S | s' > s\}$, wobei s der in der Vorlesung definierte Median der Mediane ist. Zeigen Sie im Detail, daß sowohl S_1 als auch S_2 mindestens ein Viertel der Elemente von S enthält.
ii) Warum sollte die Teilmengengröße m in dem Algorithmus zwischen 5 und 15 gewählt werden?

Aufgabe 3

Wir können einen Medianalgorithmus entwerfen, der auf der gleichen Idee wie Quicksort beruht. Um das k-kleinste Element einer n-elementigen Menge zu bestimmen, wählen wir ein Element x und teilen die restlichen Elemente in zwei Mengen, K und G, die die kleineren bzw. größeren Elemente enthalten. Wenn $|K| \geq k$, dann bestimmen wir rekursiv das k-kleinste Element in K, wenn $|K| = k-1$, dann ist x das gesuchte Element, andernfalls bestimmen wir rekursiv das $k-|K|-1$-kleinste Element in G. Wir gehen davon aus, daß alle Ordnungen gleichwahrscheinlich sind, und daß die Menge nur verschiedene Elemente enthält. Sei $C_{n,k}$ die durchschnittliche Anzahl von Vergleichen, die gebraucht werden, um das k-kleinste Element einer n-elementigen Menge mit dieser Methode zu bestimmen. Zeigen Sie, daß $C_{n,k} = O(n)$.

Aufgabe 4

Beweisen Sie Teil d) des Zerlegungslemmas aus der Vorlesung.