Technische Universität München | WS 1994/95
Institut für Informatik | Übungsblatt 8
Prof. Dr. Ernst W. Mayr | 19. Jan. 1995

Algorithmen und Datenstrukturen – Effiziente Algorithmen I

(Hausaufgaben-Abgabetermin: 19. Januar 1995, 10:00Uhr)

Aufgabe 1

Sei $G = (V, E)$ ein Digraph mit einer Längenfunktion $c : E \to \mathbb{R}^+$, und sei $s \in V$. Ein *kürzester-Wege-Baum mit Wurzel* s ist ein Baum $T = (V', E')$ mit $V' \subseteq V$ und $E' \subseteq E$, der für alle $v \in V$, für die ein kürzester Pfad von s nach v in G existiert, einen solchen Pfad enthält. Zeigen Sie, daß G einen kürzesten-Wege-Baum mit Wurzel s enthält.

Aufgabe 2

Seien G, c, und s wie in der vorhergehenden Aufgabe. Sei ferner für alle $v \in V$ die Länge eines kürzesten Pfades von s nach v gegeben. Zeigen Sie, wie daraus in linearer Zeit ein kürzester-Wege-Baum in G mit Wurzel s konstruiert werden kann.

Aufgabe 3

Sei $G = (V, E)$ ein azyklischer Digraph mit einer Längenfunktion $c : E \to \mathbb{R}^+$, und sei $s \in V$. Zeigen Sie, wie in linearer Zeit für alle $v \in V$ die *maximale* Länge eines Pfades von s nach v bestimmt werden kann, falls ein solcher Pfad jeweils existiert.

Aufgabe 4

In der Vorlesung wurden zwei Implementierungen für Dijkstra's single-source-shortest-path-Algorithmus diskutiert. Vergleichen Sie die dazu angegebenen worst-case Laufzeiten in Abhängigkeit von der Kantendichte m/n.