Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. Klaus Jansen

WS 1994/95
Semestralklausur
21. Feb. 1995

Parallele Algorithmen I

(Bearbeitungszeit: 90 min.)

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Antworten Sie nur mit *ja* oder *nein*:

(1) Läßt sich in einer linearen Liste der Länge n von Speicherplätzen der Wert, der am Ende der Liste steht, in Zeit $O(\log n)$ von einer EREW PRAM in alle anderen Speicherplätze der Liste schreiben, wenn anfangs jeder Speicherplatz jeweils einem Prozessor bekannt ist?

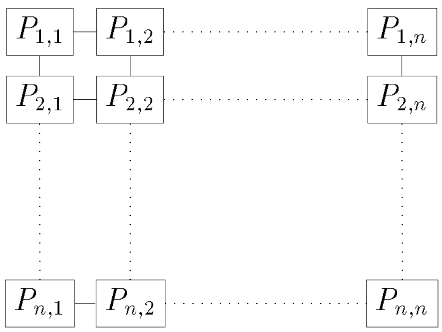
(2) Läßt sich die konvexe Hülle (wie in der Vorlesung definiert) von n Punkten im zweidimensionalen euklidischen Raum mit $O(n)$ Operationen berechnen?

(3) Ist List-ranking mit einer EREW PRAM mit $O(n)$ Operationen möglich?

(4) Kann man mit einer CREW PRAM die Summe von n Zahlen in konstanter Zeit berechnen, wenn eine Addition einen Zeitschritt benötigt?

(5) Kann man mit einer EREW PRAM einen Euler-Kreis eines Baumes, der durch geordnete Adjazenzlisten und zusätzliche Zeiger zwischen u in der Adjazenzliste von v und v in der Adjazenzliste von u gegeben ist, in konstanter Zeit berechnen?

Aufgabe 2 (13 Punkte)



In der Übung wurde besprochen, wie man eine $n\times n$-Matrix, deren Einträge $a_{i,j}$ in kanonischer Weise in einem $n\times n$-Gitter von Prozessoren $P_{i,j}$ gespeichert sind, in $2n-2$ Kommunikationsschritten transponiert, d.h. jedes Datum $a_{i,j}$ zum Zielprozessor $P_{j,i}$ transportiert.

Geben Sie eine Regel an, nach der jeder Prozessor in jedem Schritt in Abhängigkeit von seinem Identifikator (k,l) und dem Index (i,j) des zu transportierenden Matrixelementes entscheidet, zu welchem seiner Nachbarprozessoren er das Element sendet. Dabei soll sichergestellt sein, daß in jedem Zeitschritt auf jeder Kommunikationsverbindung nur ein Element unterwegs ist; es darf aber ein Prozessor in einem Schritt durchaus mehrere Elemente senden und/oder empfangen, solange dies durch unterschiedliche Kanäle geschieht.

Die Lösung soll folgendermaßen aussehen: In irgendeinem Zeitschritt befindet sich im Prozessor $P_{k,l}$ das Matrixelement $a_{i,j}$. Sie sollen nun angeben, wohin (wenn überhaupt) das Element weitergesendet wird; also zum Beispiel *wenn* $i = l$ *und* $j > k$, *dann sende* $a_{i,j}$ *zum Prozessor* $P_{k+1,l}$, *wenn…, dann…, etc.*

Illustrieren Sie Ihre Regel, indem Sie am Beispiel eines 3×3-Gitters, in dem die Werte $1,\ldots,9$ gespeichert sind, für die fünf relevanten Zeitpunkte mittels Zeichnungen angeben, welche Werte sich in welchen Prozessoren befinden.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Sei $T = (V, E)$ ein vollständiger binärer Baum (alle Knoten außer den Blättern haben genau zwei Kinder, die Blätter haben alle denselben Level), dessen Knoten durch die Inorder-Nummern (bei 1 beginnend) identifiziert sind. Sei $|V| = 2^l - 1$ und sei $u \in V$ ein beliebiger Knoten in T. Sei i die Bitposition der von rechts gesehen ersten Eins in der Binärdarstellung von $u = u_{l-1} \dots u_i \dots u_0$, d.h. $u_i = 1$ und $\forall j < i : u_j = 0$.

(a) Welchen Level (Abstand von der Wurzel) hat der Knoten u im Baum (die Wurzel hat Level 0)?

(b) Geben Sie an, wie man an der Inorder-Nummer erkennt, ob u ein Blatt ist, und, falls u kein Blatt ist, wie man die Inorder-Nummer des linken bzw. rechten Kindes bestimmt.

(c) Betrachten Sie die Folge $x_1, \dots, x_l$ der Inorder-Nummern, die durch einen Pfad von einem Blatt zur Wurzel gegeben sind (x_1 ist das Blatt, x_l die Wurzel). Was läßt sich über die Beträge und die Vorzeichen der Differenzen $x_{j+1} - x_j \quad (1 \le j < l)$ sagen?

Aufgabe 4 (12 Punkte)

Beschreiben Sie einen rekursiven EREW PRAM-Algorithmus, der zu einer gegebenen Folge $x_1, \dots, x_n$ die Folge $d_1, \dots, d_n$ der Präfix-Durchschnitte ($d_i := \frac{1}{i} \sum_{j=1}^{i} x_j$) berechnet. Gehen Sie davon aus, daß n eine Zweierpotenz ist. Sie dürfen durchaus Pseudo-Code mit natürlichsprachlicher Beschreibung mischen, sollten sich aber um unmißverständliche Formulierungen bemühen. Ihr Algorithmus soll ohne Kenntnis der Vorlesung verstanden werden können, d.h. Prozeduraufrufe der Form *„wende Algorithmus 0.8.15 aus der Vorlesung an“* sind nicht gestattet.

Zeigen Sie, daß Ihr Algorithmus $O(\log n)$ Zeit benötigt.

Viel Glück !