Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. Klaus Jansen

SS 1995
Übungsblatt 10
20. Juli 1995

Parallele Algorithmen II

Aufgabe 1

Zeige, daß die folgenden beiden Einschränkungen des Schaltkreisproblemes immer noch $\mathcal{P}$-vollständig sind:

a) Es sind nur NOR-Gatter zulässig und alle Eingabewerte sind 1.

b) Es sind nur AND- und OR-Gatter zulässig, der Fan-out jedes Inputs ist 1, der Fan-out aller Gatter ist höchstens 2 und das letzte Gatter ist ein OR-Gatter. (Fan-out = in wievielen Gattern wird das Ergebnis als Input verwendet)

Aufgabe 2

Gegeben sei ein einfacher (keine Schlingen oder Mehrfachkanten) Graph $G = (V, E)$. Wir wollen einen Teilgraphen $(V', E \cap \binom{V'}{2})$ von G hochgradig nennen, wenn jeder seiner Knoten Endpunkt von mindestens drei Kanten ist. Man kann sich überlegen, daß es zu jedem Graphen genau einen maximalen hochgradigen Teilgraphen gibt (er kann unter Umständen auch leer sein), den man durch iteriertes Löschen aller Knoten, die Endpunkt von weniger als drei Kanten sind, erhalten kann.
Sei also nun ein Graph $G = (V, E)$ gegeben und einer seiner Knoten ausgezeichnet. Es ist zu entscheiden, ob dieser Knoten im maximalen hochgradigen Teilgraphen von G enthalten ist. Zeige, daß dieses Problem $\mathcal{P}$-vollständig ist, daß es also wahrscheinlich kein asymptotisch schnelleres Entscheidungsverfahren als das iterierte Löschen der Knoten mit weniger als drei Kanten und Testen, ob der ausgezeichnete Knoten dabei ist, gibt.
Hinweis: Reduziere das Problem aus Aufgabe 1b auf das gegebene, indem jedes Gatter in einen Teilgraphen übersetzt wird, bei dem die zwei „Output-Knoten“ genau dann gelöscht werden, wenn das Gatter den Wert „falsch“ hat.

Zusatzaufgabe

Zeige, daß List-Scheduling auf zwei Prozessoren $\mathcal{P}$-vollständig ist.
Genauer: Es geht darum, für eine geordnete Liste von n Tasks mit ganzzahligen Ausführungszeiten einen Schedule auf zwei Prozessoren zu finden. Bezeichne der Offset eines solchen Schedules die Differenz zwischen den Zeitpunkten, in denen die beiden Prozessoren ihre Arbeit beendet haben; anders ausgedrückt, wie lange der eine Prozessor noch arbeiten muß, wenn der andere bereits nichts mehr zu tun hat.
Zeige, daß das Entscheidungsproblem, ob der Offset des List-schedules zu einer gegebenen Liste von Tasks verschwindet, $\mathcal{P}$-vollständig ist.
Hinweis: Reduziere das Schaltkreisproblem, bei dem nur NOR-Gatter erlaubt sind, auf das hier gegebene Problem. Verwende für jedes Gatter eine Sequenz von Tasks, deren Ausführungszeiten gerade so ist, daß der vorläufige Offset nach diesen Tasks den Wahrheitswert des Outputs dieses Gatters repräsentiert. Der endgültige Offset gibt dann den Wahrheitswert des letzten Gatters und somit des gesamten Schaltkreises an.

Schöne Ferien!