Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. Klaus Jansen

SS 1995
Übungsblatt 7
29. Juni 1995

Parallele Algorithmen II

Aufgabe 1

Betrachte die lineare Matrizenrekurrenz

$$\begin{aligned} Y_1 &= B_1 \\ Y_i &= A_i Y_{i-1} + B_i\,, \quad (2 \leq i \leq n) \end{aligned}$$

wobei A_i und B_i $m \times m$-Matrizen sind.

a) Entwickle einen Algorithmus, der in Zeit $O(\log n \log m)$ alle Y_i mit $1 \leq i \leq n$ berechnet. Welches PRAM-Modell und wieviele Operationen werden benötigt?

b) Wie ändern sich die Komplexitäten, wenn alle $B_i = I$ (Einheitsmatrix) und alle $A_i = A$ (d.h. alle gleich) sind, oder wenn nur Y_n berechnet werden soll?

Aufgabe 2

Betrachte das lineare Gleichungssystem $Ax = d$, wobei A die folgende Bandmatrix ist:

$$\begin{pmatrix} b_1 & c_1 & 0 & 0 & \dots & & & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 0 & \dots & & & 0 \\ 0 & a_3 & b_3 & c_3 & \dots & & & 0 \\ \vdots & & & & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & & & \vdots \\ 0 & & & & \dots & b_{n-2} & c_{n-2} & 0 \\ 0 & & & & \dots & a_{n-1} & b_{n-1} & c_{n-1} \\ 0 & & & & \dots & 0 & a_n & b_n \end{pmatrix}$$

mit $\forall i : b_i \neq 0$.

a) Drücke die Lösung des Systems als lineare Rekurrenz zweiter Ordnung aus.

b) Entwickle einen Algorithmus, der x in Zeit $O(\log n)$ mit $O(n)$ Operationen bestimmt.