Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. Klaus Jansen

SS 1995
Übungsblatt 9
13. Juli 1995

Parallele Algorithmen II

Aufgabe 1

Sei $\phi(\lambda) = \sum_{i=0}^{n} c_i \lambda^i$ das charakteristische Polynom einer $n \times n$-Matrix A. Seien λ_1, $\lambda_2, \ldots, \lambda_n$ die Nullstellen von ϕ (in einem geeigneten Erweiterungskörper). Zeige, daß $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i^k = \operatorname{tr}(A^k)$

Aufgabe 2

Sei $p(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i$ ein normiertes Polynom vom Grade n mit den Nullstellen λ_1, $\lambda_2, \ldots, \lambda_n$ (d.h. $p(x) = \prod_{i=1}^{n}(x - \lambda_i)$). Definiere $s_k = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i^k$. Zeige, daß für $k \in \{1, \ldots, n\}$ gilt:

$$s_k + \sum_{i=1}^{k-1} a_{n-k+i} s_i + k a_{n-k} = 0$$

Hinweis: Stelle die Ableitung von $p(x)$ auf zwei verschiedene Arten dar (nämlich einmal gemäß der üblichen Schulregel für Polynome und einmal gemäß der Produktregel angewandt auf die oben in Klammern stehende Form) und führe Koeffizientenvergleich durch. Ersetze hierbei ohne Rücksicht auf Konvergenz $\frac{1}{x-\lambda_i}$ durch die entsprechende geometrische Reihe $\frac{1}{x} \sum_{k \geq 0} \left(\frac{\lambda_i}{x}\right)^k$.