Automaten und formale Sprachen I

(Hausaufgaben-Abgabetermin: 5. Dezember 1995, 10:00 Uhr)

Aufgabe 1

Es sei $\Sigma = \{a, b\}$.

1. Zeigen Sie durch Angabe einer rechtslinearen Grammatik, daß die Sprache

$$L = \{w \in \Sigma^* |\ \text{in } w \text{ kommt kein Teilwort } aa \text{ vor}\}$$

   regulär ist.

2. Zeigen Sie, daß die Sprache $L = \Sigma^* - \{a^n b^n |\ n \geq 0\}$ kontextfrei ist.

Aufgabe 2

Im Beweis des Normalformensatzes für kontextsensitive Sprachen ersetze man die letzten m Zeilen der dort angegebenen Grammatik G' durch

$$\begin{array}{rcl} Z_1 \cdots Z_m Y_{m+1} \cdots Y_n & \to & Z_1 \cdots Z_{m-1} Y_m Y_{m+1} \cdots Y_n \\ & \cdots & \\ Z_1 Y_2 \cdots Y_{m+1} \cdots Y_n & \to & Y_1 \cdots Y_{m+1} \cdots Y_n \end{array}$$

Zeigen Sie durch ein Beispiel, daß der Beweis dann nicht mehr korrekt ist (daß also möglicherweise eine Grammatik entsteht, die zur vorgegebenen Grammatik G nicht äquivalent ist).

Aufgabe 3

In der Vorlesung wurde gezeigt, daß jede kontextsensitive Sprache entscheidbar ist. Für die Klasse

$$\mathrm{REK}_\Sigma := \{L \subset \Sigma^* |\ L \text{ ist entscheidbar}\}$$

gilt also

$$\mathrm{CS}_\Sigma \subset \mathrm{REK}_\Sigma \overset{\subset}{\neq} \mathrm{RE}_\Sigma$$

(wobei die zweite Inklusion aus Ergebnissen der Berechenbarkeitstheorie folgt). Zeigen Sie durch Angabe einer entscheidbaren, nicht kontextsensitiven Sprache über Σ, daß auch die erste Inklusion echt ist.