Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. Klaus Jansen

WS 1995/96
Übungsblatt 8
23. Jan. 1996

Automaten und formale Sprachen I

(Hausaufgaben-Abgabetermin: 23. Januar 1996, 10:00 Uhr)

Aufgabe 1

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Zeigen Sie, daß die folgenden Sprachen über Σ nicht regulär sind:

(a) $\{a^i b^j \mid i \geq j\}$

(b) $\{ww \mid w \in \Sigma^*\}$

Aufgabe 2

Sei $\Sigma = \{0, 1, ..., 9\}$. Zeigen Sie, daß die folgenden Sprachen über Σ regulär sind:

(a) $\{(n)_{10} \mid n \text{ gerade}\}$

(b) $\{(n)_{10} \mid n \text{ durch 3 teilbar}\}$

(c) $\{w \in \Sigma^* \mid$ w ist Teilwort der Dezimalbruchentwicklung von 1/7 hinter dem Komma $\}$. (es gilt $1/7 = 0,1428571428571...$).

Aufgabe 3

Zur effektiven Konstruktion von A_{red} aus einem geg. DEA $A = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$ ist für je zwei Zustände $q, q' \in Q$ effektiv zu testen, ob sie äquivalent sind (zur Erinnerung: $p \sim q \Leftrightarrow \forall w \in \Sigma^* : (\delta(p, w) \in F \Leftrightarrow \delta(q, w) \in F)$). Diese Aufgabe wird zeigen, daß ein Algorithmus existiert, der die Äquivalenz von Zuständen entscheidet. Für $k = 0, 1, ...$ werde die Relation $\sim_k$ definiert durch

$$\begin{aligned} p \sim_0 q \quad &:\Leftrightarrow \quad (p \in F \Leftrightarrow q \in F) \\ p \sim_{k+1} q \quad &:\Leftrightarrow \quad (p \sim_k q \text{ und } \forall a \in \Sigma : \delta(p, a) \sim_k \delta(q, a)) \end{aligned}$$

Zeigen Sie:

(a) $p \sim_k q \Leftrightarrow \forall w \in \Sigma^*$ mit $|w| \leq k$: $\delta(p, w) \in F \Leftrightarrow \delta(q, w) \in F$

(b) es gibt $k \leq |Q|$ mit $\sim_k = \sim_{k+1}$ und für dieses k gilt $\sim_k = \sim$.