Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Angelika Steger

SS 1996
Übungsblatt 1
8. Mai 1996

Kombinatorische Algorithmen

Abgabetermin: 15. Mai 1996, 10:15

Aufgabe 1

Man gebe für alle $n \in \mathbb{N}$ einen Baum T_n auf n Knoten an, so daß der GREEDY-Algorithmus bei einer entsprechenden Anordnung der Knoten $\lfloor 1 + \log_2(n) \rfloor$ viele Farben benötigt.

Aufgabe 2

Eine Anordnung $\sigma = (v_1, \ldots, v_n)$ der Knoten, die man durch folgende Prozedur

for $i := n$ **downto** 1 **do begin**
  wähle einen Knoten minimalen Grades in $G=(V,E)$ als v_i
  $V := V \setminus \{v_i\}$;
  $E := E \cap \binom{V}{2}$;
end

erhalten kann, heißt *smallest-last Anordnung*. Der Färbungsalgorithmus SMALLEST-LAST ordnet die Knoten eines Graphen zunächst gemäß einer smallest-last Anordnung σ_{SL} an und wendet dann den GREEDY-Algorithmus bezüglich der Anordnung σ_{SL} an. Zeigen Sie:

a) Der SMALLEST-LAST-Algorithmus kann mit Laufzeit $O(n+m)$ implementiert werden.

b) Der SMALLEST-LAST-Algorithmus färbt alle Bäume mit 2 Farben.

c) Man gebe eine Folge bipartiter Graphen $(B_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit $|V(B_n)| = n$ an, für die der SMALLEST-LAST-Algorithmus $\Omega(n)$ viele Farben vergibt.

Aufgabe 3

Zeigen Sie: Für alle Graphen $G=(V,E)$ gilt

$$\chi(G) \leq 1 + \max_{H \sqsubseteq G} \delta(H),$$

wobei das Maximum über alle Subgraphen H von G genommen wird und der minimale Grad der Knoten in H mit $\delta(H) = \min_{v \in V(H)} \deg_H(v)$ bezeichnet wird.