Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Angelika Steger

SS 1996
Übungsblatt 3
22. Mai 1996

Kombinatorische Algorithmen

Abgabetermin: 5. Juni 1996, 10:15

Aufgabe 1

Überlegen Sie sich einen Algorithmus, der vollständig r-partite Graphen in $O(n+m)$ Schritten erkennt.

Aufgabe 2

Betrachten Sie folgendes Verfahren von MYCIELSKI zur Konstruktion von dreiecksfreien Graphen mit "hoher" chromatischer Zahl: Sei $M_3{:=}C_5$. Seien $v_1, \dots, v_n$ die Knoten von M_k. Den Graphen M_{k+1} erhält man aus M_k, indem man neue Knoten $u_1, \dots, u_n, w$ hinzufügt und folgendermaßen verbindet: w wird mit allen Knoten $u_1, \dots, u_n$ verbunden sowie u_i jeweils zu allen Knoten in $\Gamma_{M_k}(v_i)$. Zeigen Sie:

Für alle $k{\geq}3$ ist M_k dreiecksfrei und es gilt $\chi(M_k){=}k$.

Bem: Ein Graph $G = (V, E)$ heißt *dreiecksfrei*, falls er keine 3-Clique enthält.

Aufgabe 3

Der KNESER-Graph K_t^r für natürliche Zahlen r und $t \geq 2r$ hat als Knotenmenge die r-elementigen Teilmengen von $\{1, \dots, t\}$ und zwei Knoten sind in K_t^r genau dann durch eine Kante verbunden, wenn die entsprechenden Teilmengen disjunkt sind. Zeigen Sie

a) $\chi(K_5^2){=}3$,

b) $\chi(K_t^r){\leq}t{-}2r{+}2$ und bestimmen Sie

c) für welche Paare (r, t) der KNESER-Graph K_t^r dreiecksfrei ist.

Bem: Man kann zeigen: in b) gilt für alle r, t Gleichheit.