Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Angelika Steger

SS 1996
Übungsblatt 4
5. Juni 1996

Kombinatorische Algorithmen

Abgabetermin: 12. Juni 1996, 10:15

Aufgabe 1

Sei G ein Graph und c eine (zulässige) Kantenfärbung mit k Farben. Geben Sie ein Verfahren an, daß in $O(nm)$ Schritten, daraus eine Kantenfärbung c' mit k Farben konstruiert, in der sich die Farbklassen in ihrer Größe um höchstens 1 unterscheiden.

Aufgabe 2

Sei $\Delta \geq 2$. Zeigen Sie, daß ein Δ-regulärer Graph G "Klasse 2" ist, wenn G

a) ungerade viele Knoten enthält oder

b) eine Brücke besitzt oder

c) einen Artikulationsknoten hat.

DEF.: Eine Kante $e = \{x, y\} \in E$ heißt *Brücke*, falls x und y in $G - e$ in verschiedenen Zusammenhangskomponenten liegen. Ein Knoten $v \in V$ ist ein *Artikulationsknoten*, falls es Knoten $x, y \in V$ gibt, so daß x und y in G, nicht aber in $G - v$ durch einen Pfad verbunden sind.

Aufgabe 3

Sei G ein Graph und M ein (inklusions-)maximales Matching in G. Zeigen Sie: Es gibt eine $(\Delta(G)+1)$-Kantenfärbung von G, die alle Kanten von M in derselben Farbe färbt.

DEF.: Ein *Matching* M ist eine Kantenmenge $M \subseteq E$, so daß $e \cap f = \emptyset$ für alle verschiedenen $e, f \in M$.

TIP: Man versuche aus dem Beweis von Satz 1.17 eine hinreichende Bedingung abzulesen, dafür daß es eine Kantenfärbung von G mit $\Delta(G)$ vielen Farben gibt.