Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Angelika Steger

SS 1996
Übungsblatt 7
26. Juni 1996

Kombinatorische Algorithmen

Abgabetermin: 3. Juli 1996, 10:15

Aufgabe 1

Geben Sie einen Algorithmus an, der als Eingabe einen Graphen $G=(V,E)$ erhält und nach $O(|V|^2)$ Schritten entweder eine (zulässige) 5-Färbung von G ausgibt oder FAILURE, wobei für einen planaren Graphen niemals FAILURE ausgegeben werden darf.

Aufgabe 2

Geben Sie einen Algorithmus an, der als Eingabe einen planaren Graphen $G=(V,E)$ zusammen mit einer Einbettung erhält (genauer: zu jedem Knoten v werden die inzidenten Kanten in der Reihenfolge angegeben, wie sie im Uhrzeigersinn in der Einbettung auftauchen) und der in $O(|V|)$ Schritten eine 5-Färbung von G bestimmt.

Aufgabe 3

a) Geben Sie einen Algorithmus an, der als Eingabe einen eingebetteten planaren 3-regulären Graphen $G=(V,E)$ zusammen mit einer 4-Färbung seiner Gebiete erhält und der nach $O(|V|)$ Schritten eine 3-Färbung der Kanten von G ausgibt.

b) Geben Sie einen Algorithmus an, der als Eingabe einen eingebetteten planaren 3-regulären Graphen $G=(V,E)$ zusammen mit einer 3-Färbung seiner Kanten erhält und der nach $O(|V|)$ Schritten eine 4-Färbung der Gebiete von G ausgibt.

HINWEIS: Für die 4-Färbung der Gebiete verwende man als Farben die Elemente aus $\mathbb{Z}_2\times\mathbb{Z}_2$ und für die 3-Färbung der Kanten die Elemente aus $\mathbb{Z}_2\times\mathbb{Z}_2\setminus(0,0)$.

BEM.: Zusammen erhält man den folgenden

Satz von TAIT: *Für einen 3-regulären planaren Graphen $G=(V,E)$ gilt:*

$$\chi'(G) = 3 \quad \Longleftrightarrow \quad \chi(G^*) = 4,$$

wobei G^* den dualen Graphen von G bezeichne.