Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Angelika Steger

SS 1996
Übungsblatt 9
10. Juli 1996

Kombinatorische Algorithmen

Abgabetermin: 17. Juli 1996, 10:15

Definition [MIN VERTEX COVER]
EINGABE: Ein Graph $G = (V, E)$.
GESUCHT: Eine kleinstmögliche Knotenmenge $X \subset V$ mit $e \cap X \neq \emptyset$ für alle $e \in E$.

Definition [MAX CUT]
EINGABE: Ein Graph $G = (V, E)$.
GESUCHT: Eine Partition $V_1 \cup V_2 = V$, so daß $\left\{ \{u,v\} \in E \;\middle|\; u \in V_1, v \in V_2 \right\}$ maximal ist.

Aufgabe 1

Eine naheliegende Heuristik für MIN VERTEX COVER ist das folgende GREEDY-Verfahren:

$C := \emptyset$
while $E \neq \emptyset$ **do**
  wähle einen Knoten v in G mit maximalem Grad;
  $C := C \cup \{v\}$;
  entferne v (und alle zu v inzidenten Kanten) aus G;
end;

Zeigen Sie, daß dieses Verfahren **keine** konstante Güte hat. (D.h., geben Sie für alle $k \in \mathbb{N}$ einen Graphen G_k an, für den die von dem GREEDY-Algorithmus ausgegebene Menge um ein k-faches größer ist als eine minimale Knotenüberdeckung.)

Aufgabe 2

Überlegen Sie sich einen polynomialen Approximationsalgorithmus für MIN VERTEX COVER mit Güte 2. Welche Laufzeit können Sie erzielen?

TIP: Entfernen Sie Kanten statt Knoten!

Aufgabe 3

Konstruieren Sie einen Approximationsalgorithmus für MAX CUT, der Güte 2 hat und dessen Laufzeit durch $O(m)$ beschränkt ist.

TIP: Hier führt ein Greedy-Ansatz zum Ziel!