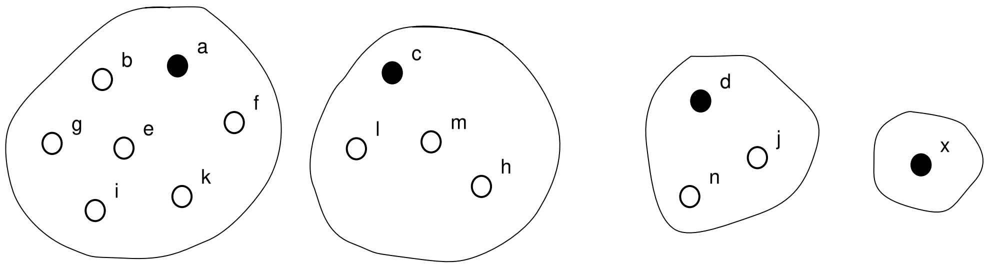
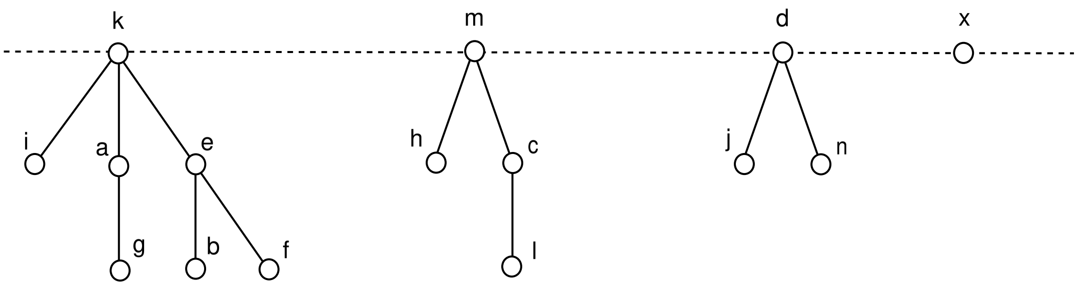


Union-Find-Datenstruktur:



Hilfsvariablen:

rep[k] = a	rep[m] = c	rep[d] = d	rep[x] = x
size[k] = 7	size[m] = 4	size[d] = 3	size[x] = 1
root[a] = k	root[c] = m	root[d] = d	root[x] = x

Beweisskizze:

- Definiere $a_0, a_1, \ldots, a_k$ durch $a_0 = 0, a_{i+1} = 2^{a_i} \quad (i \geq 1)$, $a_{k-1} < \log n \leq a_k$.

- Ordne jedem Element x drei Werte zu:

  rank$(x) =$ Höhe des Unterbaums mit Wurzel x — in der Datenstruktur *ohne* Path Compression;

  class$(x) = i \iff a_i \leq$ rank$(x) < a_{i+1}$

  dist$(x) =$ Länge des kürzesten Pfades von x zu einem Knoten y mit class$(y) >$ class(x) bzw. zur Wurzel — in der Datenstruktur *mit* Path Compression;

- Potential: $\Phi = c \cdot \sum_x \text{dist}(x)$.