Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Angelika Steger

WS 1996/7
Übungsblatt 2
13. November 1996

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen

Abgabe am 20. November 1996 in der Vorlesung

Aufgabe 5

Entwerfen Sie einen Algorithmus für das folgende Problem:
Eingabe: Zwei natürliche Zahlen m und n mit $m \leq n$, m aufsteigend sortierte natürliche Zahlen $b_1 < \ldots < b_m$ und n beliebig sortierte Zahlen $a_1, \ldots, a_n \in \{1, \ldots, n\}$.
Ausgabe: $c_1, \ldots, c_{m+1}$, so daß $c_i = |\{a_j \mid b_{i-1} < a_j \leq b_i\}|$ (wobei $b_0 = -\infty$ und $b_{m+1} = +\infty$).
Wieviele arithmetische Operationen/Vergleiche benötigt Ihr Algorithmus? (Es sollten nicht mehr als $\mathcal{O}(n+m)$ sein!)

Aufgabe 6

Es seien T_1 und T_2 zwei (a,b)-Bäume mit n_1 bzw. n_2 Knoten, so daß für alle $x \in T_1$ und $y \in T_2$ gilt: $\text{key}(x) \leq \text{key}(y)$.
Entwerfen Sie eine Prozedur Concatenate, die T_1 und T_2 zu einem neuen (a,b)-Baum verschmilzt und deren Laufzeit $\mathcal{O}(\log(n_1+n_2))$ ist.

Aufgabe 7

a) Die Zahlen $0, \ldots, 15$ sollen in einen anfangs leeren $(2,3)$-Baum eingefügt werden. Überlegen Sie sich je eine Reihenfolge, für die der Baum am Ende die Höhe 3 bzw. 4 hat.

b) Verallgemeinern Sie das Beispiel aus Teil (a) auf die Zahlen $0, \ldots, 2^k - 1$. Was ist die minimale bzw. maximale Höhe, die Sie erreichen können?

Aufgabe 8

Gegeben seien n Punkte in der Ebene. Die konvexe Hülle dieser Punkte kann man wie folgt bestimmen. Zunächst sortiert man die Punkte nach aufsteigender x-Koordinate (beispielsweise mit MergeSort in $\mathcal{O}(n \log n)$), danach bestimmt man die konvexe Hülle sukzessive für die ersten i (der sortierten) Punkte.
Beschreiben Sie einen Algorithmus mit Laufzeit $\mathcal{O}(n)$ für den zweiten Schritt.
Hinweis: Zeigen Sie, daß die amortisierte Zeit pro Knoten $\mathcal{O}(1)$ ist.