Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Angelika Steger

WS 1996/7
Übungsblatt 6
11. Dezember 1996

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen

Abgabe am 18. Dezember 1996 bis 8:00 Uhr im Briefkasten

Aufgabe 21

a) In eine anfangs leere Union-Find-Datenstruktur S werden zunächst durch n Aufrufe von MakeNewSet die Elemente 1, 2, ..., n eingefügt. Geben Sie eine Folge von Union-Operationen an, so daß nach deren Ausführung S nur noch genau einen Baum der Tiefe $\lfloor \log n \rfloor$ enthält.
b) Kann es vorkommen, daß S nur aus einem vollständigen binären Baum der Höhe 2 besteht? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 22

Zeigen Sie: Ausgehend von einer leeren Union-Find-Datenstruktur ist die worst-case-Laufzeit jeder beliebigen Folge von k Operationen der Arten MakeNewSet, Union und Find, bei der alle Union-Operationen vor allen Find-Operationen auftreten, durch $\mathcal{O}(k)$ beschränkt (wobei Find mit Path Compression ausgeführt werde).
Hinwes: Verwenden Sie als Potential die Anzahl der Knoten, deren Entfernung von der Wurzel ≥ 2 ist.

Aufgabe 23

Vervollständigen Sie den Beweis von Satz 2.16 aus der Vorlesung.

Aufgabe 24

Implementieren Sie Radix-Heaps. Verwenden Sie wieder geeignete Fehlerabfragen, so daß die Prozeduren auch bei Verletzung der Voraussetzungen über die Schlüssel nie eine falsche Antwort liefern. Das Programm soll dieselben Eingaben bearbeiten können, wie es in der Aufgabe über die Fibonacci-Heaps gefordert war. (Abgabe per e-mail)