Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr / Volker Heun

SS 1997
Übungsblatt 1
6. Mai 1997

Grundlegende Algorithmen

Abgabetermin: 13. Mai

Aufgabe 1

Auf der `hphalle` finden Sie unter `~heun/fib.gs` ein `gofer`-Skript, das die drei in der Vorlesung vorgestellten Varianten zur Berechnung der Fibonacci-Zahlen beinhaltet. Vergleichen Sie für unterschiedlich Werte die Anzahl der Reduktionen, die für die verschiedenen Berechnungen von f_n benötigt werden. Für welche n ist welche Variante zur Berechnung am besten (bzgl. der Reduktionen)?
(Vergleichen Sie u.a. auch `fib1 20` mit `fib2 20` und `fib2 4000` mit `fib3 4000`.)

Aufgabe 2

Sei SuperComputer ein leistungsfähiger Rechner, der in einer Sekunde 1.000 komplexe Operationen ausführen kann. Für ein bestimmtes Problem seien fünf verschiedene Algorithmen gegeben. Hierbei benötigt der i-te Algorithmus bei Eingabe von n $T_i(n)$ viele Operationen, wobei

$$\begin{aligned} T_1(n) &= n \\ T_2(n) &= n\log_2(n) \\ T_3(n) &= n^2 \\ T_4(n) &= n^3 \\ T_5(n) &= 2^n \end{aligned}$$

ist. Geben Sie in einer Tabelle an, für welche Eingabewerte n der i-te Algorithmus auf dem SuperComputer genau eine Sekunde, eine Minute, eine Stunde, bzw. einen Tag Rechenzeit benötigt.

Aufgabe 3

Sei SuperComputer II eine Weiterentwicklung von SuperComputer, der um den Faktor 10 schneller ist, also 10.000 komplexe Operationen pro Sekunde ausführen kann. Auf welche Größe kann man die Eingabe n für die fünf verschiedenen Algorithmen aus Aufgabe 2 gegenüber SuperComputer erhöhen, wenn man dieselbe Rechenzeit zur Verfügung hat?

Aufgabe 4

Vergleichen Sie das Wachstumsverhalten der folgenden Funktionen (von $\mathbb{N} \to \mathbb{N}$) mit Hilfe der Landau'schen Symbole o, O, Θ:

1. n
2. $\lceil 1/e \rceil$
3. $(\log(n))^{\frac{\log(n)}{\log(\log(n))}}$
4. $n \sin(n\pi)$
5. $\lceil \log n \rceil$
6. $\lceil 2^{\sqrt{\log n}} \rceil$
7. $n|\sin(\frac{n\pi}{2})|$
8. $\lceil n^{\frac{1}{n}} \rceil$
9. $\lceil (n!)^{\frac{1}{n}} \rceil$

Hinweis: Nutzen Sie die Transitivität der Landau'schen Symbole o, O, Θ aus.