Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr / Volker Heun

SS 1997
Übungsblatt 4
3. Juni 1997

Grundlegende Algorithmen

Abgabetermin: 10. Juni

Aufgabe 1

Geben Sie zwei Funktionen $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}_0$ an, so daß weder $f = O(g)$ noch $f = \Omega(g)$ gilt.

Aufgabe 2

Sei $f = (m_1, \ldots, m_n)$ eine Folge von paarweise verschiedenen Elementen einer total geordneten Menge $(M, <)$. Ein Element m_i der Folge f hat *Rang* k in der Folge f, wenn es genau $k - 1$ Elemente gibt, die kleiner als m_i sind, d.h. $|\{m_j \mid m_j < m_i \text{ für } j \in [1:n]\}| = k - 1$

Geben Sie einen Divide-and-Conquer-Algorithmus zur Bestimmung des Elementes mit Rang k in einer Folge $f = (m_1, \ldots, m_n)$ an, dessen Divide-Schritt der Aufteilungsprozedur in Quicksort stark ähnelt.

Aufgabe 3

Schätzen Sie für Ihren Algorithmus in der vorigen Aufgabe die maximale Anzahl von Vergleichen zur Bestimmung eines Elementes mit Rang k einer Folge der Länge n.

Stellen Sie ebenfalls für Ihren Algorithmus aus der vorigen Aufgabe unter der Annahme, daß alle Permutationen einer Eingabefolge der Länge n gleichwahrscheinlich sind, die Rekursionsgleichung für die im Mittel benötigten Vergleiche auf.

Aufgabe 4

Sei $f = (m_1, \ldots, m_n)$ eine Folge von paarweise verschiedenen Elementen einer total geordneten Menge $(M, <)$. Ein Element m_i mit Rang $\lceil n/2 \rceil$ in der Folge f heißt *Median*.

Zeigen Sie, daß zur Bestimmung des Medians von 5 Elementen 7 Vergleiche ausreichend sind.