Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

WS 1997/98
Antworten Quiz 2
16. Dez. 1997

Diskrete Strukturen I

Gesamtanzahl: 98
Richtige Antworten sind durch ■ markiert.

1. Welche der folgenden Strukturen sind Gruppen?

$\langle \mathbb{Z}_3, \cdot \rangle$	☐ ja (55%)	■ nein (34%)	☐ keine Ahnung(11%)
$\langle \mathbb{Z}_3 \setminus \{0\}, + \rangle$	☐ ja (30%)	■ nein (56%)	☐ keine Ahnung (14%)
$\langle \mathbb{Z}_3 \setminus \{0\}, \cdot \rangle$	■ ja (51%)	☐ nein (35%)	☐ keine Ahnung (14%)

Dabei stellen $+$ und $\cdot$ Summe bzw. Produkt $\bmod 3$ dar.

2. Sei $\langle A, \circ \rangle$ eine Algebra. Die Kürzungsregel besagt: für alle $a, a', b \in A$ gilt

$$a \circ b = a' \circ b \leftrightarrow a = a'.$$

Diese Regel gilt in allen

Halbgruppen	☐ ja (45%)	■ nein (33%)	☐ keine Ahnung (22%)
Monoiden	☐ ja (39%)	■ nein (32%)	☐ keine Ahnung (30%)
Gruppen	■ ja (82%)	☐ nein (8%)	☐ keine Ahnung (10%)
zyklischen Gruppen	■ ja (40%)	☐ nein (21%)	☐ keine Ahnung (39%)

3. Sei G eine endliche Gruppe. Bezeichne $|G|$ die Anzahl der Elemente in G und $\mathrm{ord}(g)$ die Ordnung des Elements g in G. Dann gilt

$(\forall g \in G)(\mathrm{ord}(g) \leq |G|)$	■ ja (78%)	☐ nein (6%)	☐ keine Ahnung (16%)
$(\forall g \in G)(\mathrm{ord}(g) = |G|)$	☐ ja (8%)	■ nein (72%)	☐ keine Ahnung (19%)
$(\forall g \in G)(\mathrm{ord}(g) > |G|)$	☐ ja (5%)	■ nein (78%)	☐ keine Ahnung (17%)
$(\forall g \in G)(\mathrm{ord}(g)$ teilt $|G|)$	■ ja (32%)	☐ nein (32%)	☐ keine Ahnung (37%)
$(\forall g \in G)(\mathrm{ord}(g)$ ist ein Vielfaches von $|G|)$	☐ ja (4%)	■ nein (68%)	☐ keine Ahnung (28%)

4. Sei $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{N}$ durch $f(x) = x^2$ gegeben. Die Abbildung f ist

injektiv	☐ ja (32%)	■ nein (59%)	☐ keine Ahnung (9%)
surjektiv	☐ ja (52%)	■ nein (38%)	☐ keine Ahnung (10%)
bijektiv	☐ ja (12%)	■ nein (85%)	☐ keine Ahnung (3%)
ein Homomorphismus $\langle \mathbb{Z}, \cdot \rangle$ nach $\langle \mathbb{N}, \cdot \rangle$	■ ja (29%)	☐ nein (20%)	☐ keine Ahnung(51%)
ein Isomorphismus $\langle \mathbb{Z}, \cdot \rangle$ nach $\langle \mathbb{N}, \cdot \rangle$	☐ ja (18%)	■ nein (31%)	☐ keine Ahnung (51%)

5. Gibt es eine bijektive Abbildung von $\mathbb{N}$ nach $\mathbb{Z}$? ■ ja (34%) ☐ nein (51%) ☐ keine Ahnung (15%)
   Beispiel für einen Isomorphismus:

$$f(n) := \begin{cases} -\frac{n}{2} & n \text{ gerade} \\ \frac{n+1}{2} & n \text{ ungerade.} \end{cases}$$

6. (a) Bestimmen Sie $\mathrm{ggT}(13, 17)$.
   keine Antwort (6%) falsche Antwort (5%) richtige Antwort (89%)
   Richtige Antwort: $\mathrm{ggT}(13, 17) = 1$.

   (b) Geben Sie ganze Zahlen a und b an, so daß $13a + 17b = \mathrm{ggT}(13, 17)$.

   keine Antwort (34%) falsche Antwort (49%) richtige Antwort (17%)
   Richtige Antwort: $\mathrm{ggT}(13, 17) = 1 = 4 \cdot 13 - 3 \cdot 17$.

7. (a) Bestimmen Sie $S_{7,2}$ (Stirling'sche Zahl 2. Art).
   keine Antwort (72%) falsche Antwort (22%) richtige Antwort (5%)
   Richtige Antwort: 63.

   (b) Bestimmen Sie $P_{7,4}$ (Anzahl der ungeordneten Zahl-Partitionen).
   keine Antwort (76%) falsche Antwort (12%) richtige Antwort (12%)
   Richtige Antwort: 3.

8. Welche der Gleichheiten sind richtig?

$\binom{n+1}{k} = \frac{n+1}{k}\binom{n}{k-1}$	■ ja (44%)	☐ nein (19%)	☐ keine Ahnung (37%)
$\binom{n+1}{k} = \frac{n+1}{k-1}\binom{n}{n-k}$	☐ ja (5%)	■ nein (51%)	☐ keine Ahnung (44%)
$\binom{n+1}{k} = \frac{n-k+1}{k}\binom{n+1}{k-1}$	☐ ja (16%)	■ nein (31%)	☐ keine Ahnung (53%)

9. An einem Institut sind 10 Professoren und 15 Professorinnen. Wieviele Möglichkeiten gibt es, eine Kommission mit 6 Mitgliedern zusammenzustellen, die paritätisch besetzt ist (gleiche Anzahl der Männer und Frauen)?

   keine Antwort (29%) falsche Antwort (36%) richtige Antwort (36%)
   Richtige Antwort: $\binom{10}{3}\binom{15}{3} = 54600$.

10. (a) Der Vorlesungsstoff ist

☐ zu schwierig (24%) ☐ schwierig (64%) ■ angemessen (11%)
☐ leicht (0%) ☐ zu einfach (0%)

(b) Die Übungsaufgaben sind

☐ zu schwierig (69%) ☐ schwierig (27%) ☐ angemessen (4%)
■ leicht (0%) ☐ zu einfach (0%)