Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

WS 1997/98
Übungsblatt 5
9. Dez. 1997

Diskrete Strukturen I

(Abgabetermin: Dienstag, den 16. Dez. 1997, in der Vorlesung)
(Übungsgruppe am Lösungsblatt unbedingt angeben!)

Aufgabe 1

Gegeben sie das Wort AMMERSEELAND.

1. Wieviele verschiedene Zeichenreihen kann man daraus durch Permutation der Buchstaben erzeugen?
2. Wieviele verschiedene Zeichenreihen der Länge 6, die höchstens ein M enthalten, kann man aus den Buchstaben des Wortes erzeugen?
3. Wieviele verschiedene Teilwörter der Länge 6, die höchstens ein M enthalten, kann man aus dem Wort erhalten, indem man 6 beliebige der Buchstaben (darunter ein M) streicht?

Leiten Sie Ihre Antworten mit Hilfe der in der Vorlesung besprochenen Abzählfunktionen ab.

Aufgabe 2

Sei $N = \{1, 2, \ldots, 100\}$ und $A \subseteq N$ mit $|A| = 55$. Zeigen Sie, daß es zwei Zahlen $a, b \in A$ gibt mit $b - a = 9$. Gilt dies auch notwendigerweise, falls $|A| = 54$? Modifizieren Sie dazu Ihren Beweis oder geben Sie ein Gegenbeispiel an.

Aufgabe 3

Sei $N = \{1, \ldots, n\}$, $1 \leq n \in \mathbb{N}$, und sei $a_{n,k}$ die Anzahl der k-Untermengen von N, die keine zwei aufeinanderfolgenden Zahlen enthalten. Zeigen Sie

1. $a_{n,k} = \binom{n-k+1}{k}$,

2. $\sum_k a_{n,k} = F_{n+2}$, wobei F_i die i-te Fibonacci-Zahl bezeichnet.

Aufgabe 4

$P_{n,k}$ bezeichnet die Anzahl der (ungeordneten) Partitionen der Zahl $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$, in k nichttriviale Summanden. Zeigen Sie

1. $P_{n,1} = P_{n,n} = 1$,
2. $P_{n,k} = \sum_{i=1}^{k} P_{n-k,i}$ für $1 < k < n$.

Programmieren Sie in MAPLE eine Routine, die die Werte von $P_{n,k}$ für alle n, k mit $1 \leq k \leq n \leq 12$ berechnet und in Matrixdarstellung ausgibt.