Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

WS 1997/98
Übungsblatt 6
16. Dez. 1997

Diskrete Strukturen I

(Abgabetermin: Dienstag, den 13. Januar 1998, in der Vorlesung)
(Übungsgruppe am Lösungsblatt unbedingt angeben)

Aufgabe 1

In der Vorlesung wurde ein Algorithmus zur lexikographischen Aufzählung der Permutationen in S_n besprochen. Geben Sie eine möglichst effiziente Implementierung dieses Algorithmus an und analysieren Sie die asymptotische Laufzeit. Diese Implementierung muß nicht rekursiv sein (wie in der Vorlesung angegeben) und soll geeignete Datenstrukturen verwenden. Schreiben Sie ein entsprechendes Programm in C++ oder Java.

Aufgabe 2

Wie würden Sie den ebenfalls in der Vorlesung angesprochenen Algorithmus zur lexikographischen Aufzählung aller Teilmengen einer (endlichen) Menge (Kap. 4.8, Abs. B) modifizieren, damit möglichst effizient alle k-Teilmengen, k gegeben, aufgelistet werden?

Aufgabe 3

1. Zeigen Sie
$$\binom{n}{r}\binom{r}{k} = \binom{n}{k}\binom{n-k}{r-k} \qquad \text{für alle } k, n, r \in \mathbb{N}\,.$$
2. Beweisen Sie
$$\sum_{k=0}^{m} \binom{n}{k}\binom{n-k}{m-k} = 2^m \binom{n}{m} \qquad \text{für alle } k, m, n \in \mathbb{N}\,.$$

(weiter Rückseite)

Aufgabe 4

1. Sei $n \in \mathbb{N}$ und $a_1, a_2, \ldots, a_{n^2+1}$ eine Folge paarweise verschiedener natürlicher Zahlen. Zeigen Sie, daß diese Folge eine monoton steigende oder eine monoton fallende Unterfolge der Länge $\geq n+1$ enthält. *Hinweis:* Nehmen Sie das Gegenteil an, ordnen Sie jeder Position in der Folge die Länge der längsten dort endenden monoton fallenden Unterfolge zu und wenden Sie eine geeignete Verallgemeinerung des Schubfachprinzips an.

2. Geben Sie für jedes $n \in \mathbb{N}$ eine Folge von n^2 paarweise verschiedenen natürlichen Zahlen an, die weder eine monoton steigende noch eine monoton fallende Unterfolge der Länge $n+1$ enthält.