Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

WS 1996/97
Übungsblatt 7
20. Januar 1998

Diskrete Strukturen I

(Abgabetermin: Dienstag, den 20. Januar 1998, in der Vorlesung)
(Übungsgruppe auf dem Lösungsblatt unbedingt angeben)

Aufgabe 1

1. (Partielle Summation) Seien u und v zwei Funktionen. Beweisen Sie das Analogon zur partiellen Integration:

$$\sum u \Delta v = uv - \sum (Ev) \Delta u.$$

2. Berechnen Sie $\sum_{k=1}^{n} \frac{2k+1}{k(k+1)}$

   (a) durch Partialbruchzerlegung $\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$,

   (b) durch partielle Summation.

Aufgabe 2

Beweisen Sie die folgenden Analoga zum Binomialsatz:

$$(x+y)^{\underline{n}} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{\underline{k}} y^{\underline{n-k}}$$

$$(x+y)^{\overline{n}} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{\overline{k}} y^{\overline{n-k}}.$$

(weiter Rückseite)

Aufgabe 3

Beweisen Sie:

Theorem 0.1. *Seien $B_1, \ldots, B_n$ endliche Mengen. Dann gilt*

$$\left|\bigcup_{i=1}^{n} B_i\right| = \sum_{i=1}^{n} |B_i| - \sum_{1 \le i < j \le n} |B_i \cap B_j| + \sum_{1 \le i < j < k \le n} |B_i \cap B_j \cap B_k| - \cdots + (-1)^{n+1} |B_1 \cap \cdots \cap B_n|.$$

Aufgabe 4

Wieviele natürliche Zahlen ≤ 1000000 sind weder von der Form x^2 noch x^3 noch x^5?