Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

WS 1997/98
Übungsblatt 8
20. Jan. 1998

Diskrete Strukturen I

(Abgabetermin: Dienstag, den 27. Januar 1998, in der Vorlesung)
(Übungsgruppe auf dem Lösungsblatt unbedingt angeben)

Aufgabe 1

Zeigen Sie mit Hilfe geeigneter Erzeugenden Funktionen, daß

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}.$$

Aufgabe 2

Die Fibonacci-Zahlen F_n, $n \geq 0$, sind definiert durch

$$\begin{aligned} &F_0 = 0, \quad F_1 = 1, \\ &F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \text{ für } n \geq 2. \end{aligned}$$

Zeigen Sie

1. $\sum_{k=0}^{n} F_k = F_{n+2} - 1$,
2. $F_{n+1} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n-k}{k}$,
3. $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} F_k = F_{2n}$.

Aufgabe 3

Sei A_n die Anzahl der Belegungen eines $2 \times n$-Rechtecks mit 1×2-Dominosteinen. Bestimmen Sie für die A_n eine Rekursion und berechnen Sie daraus A_n.

Aufgabe 4

Sei

$$G(z) = \sum_{n \geq 0} a_n \frac{z^n}{n!}$$

die zur Folge $(a_n)_{n \geq 0}$ gehörige sog. *exponentielle Erzeugende Funktion.* Zeigen Sie, daß für die Ableitung $G'(z)$ gilt:

$$G'(z) = \sum_{n \geq 0} a_{n+1} \frac{z^n}{n!},$$

daß also für exponentielle Erzeugende Funktion Differentiation der Verschiebung des Summationsindex um 1 entspricht.