Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

WS 1997/98
Übungsblatt 9
17. Feb. 1998

Diskrete Strukturen I

(Abgabetermin: Dienstag, den 17. Feb. 1998, in der Vorlesung)

Aufgabe 1

Sei $A(z) = \sum_{n\geq 0} a_n z^n$. Zeigen Sie, daß

1. $\frac{1}{2}(A(z) + A(-z)) = \sum_{n\geq 0} a_{2n} z^{2n}$,
2. $\frac{1}{2}(A(z) - A(-z)) = \sum_{n\geq 0} a_{2n+1} z^{2n+1}$.
3. Berechnen Sie mit Hilfe der vorhergehenden Ergebnisse die erzeugende Funktion $\sum_{n\geq 0} F_{2n+1} z^n$, wobei F_n die n-te Fibonaccizahl bezeichnet.

Aufgabe 2

Sei a_n, für $n \geq 0$, definiert durch

$$a_n = (1+\sqrt{2})^n + (1-\sqrt{2})^n \ .$$

1. Zeigen Sie, daß stets $a_n \in \mathbb{N}$.
2. Geben Sie eine möglichst einfache Rekursionsformel für die a_n an.

Aufgabe 3

Wir betrachten die Menge Σ^* der Wörter endlicher Länge über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$.

1. Bestimmen Sie eine möglichst einfache Rekursionsformel für die Anzahl der Wörter in Σ^n, die jeweils eine gerade Anzahl von a's und c's enthalten.
2. Bestimmen Sie die erzeugende Funktion dazu.

(weiter Rückseite)

Aufgabe 4

Sei $\mathbb{Z}_m^*$ die *multiplikative* Gruppe mod m der zu m teilerfremden ganzen Zahlen k, $0 \leq k \leq m$. Bestimmen Sie

1. mittels des erweiterten Euklidischen Algorithmus 2^{-1}, 3^{-1} und 127^{-1} in $\mathbb{Z}_{997}^*$;
2. ohne den erweiterten Euklidischen Algorithmus 996^{-1} in $\mathbb{Z}_{997}^*$.