Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Angelika Steger

WS 1997/98
Übungsblatt 1
6. November 1997

Randomisierte Algorithmen

Abgabe bis 11. November 1997 in der Übung

Aufgabe 0

(J. von Neumanns Münz–Trick)
Angenommen, Sie sollen Zufallsbits (unabhängige, gleichverteilte 0/1–Zufallsvariablen mit $p = 1/2$) für einen randomisierten Algorithmus erzeugen, haben aber nur eine verbeulte Münze zur Verfügung. Sie haben also Zugang zu beliebig vielen unabhängigen, gleichverteilten 0/1–Zufallsvariablen mit p unbekannt.
Beschreiben Sie ein Verfahren, durch geschicktes Werfen der verbeulten Münze ein Zufallsbit zu erzeugen, wobei der Erwartungswert der Anzahl Würfe mit der verbeulten Münze, die nötig ist, um ein Zufallsbit zu generieren, höchstens $\frac{1}{p(1-p)}$ betragen soll.
TIP: Betrachten Sie Paare von Würfen mit der verbeulten Münze.

Aufgabe 1

Beschreiben Sie ein Verfahren, unter Verwendung von Zufallsbits eine ganze Zahl zwischen 0 und $n-1$ gleichverteilt zu erzeugen. Was ist die erwartete Laufzeit in Abhängigkeit von n? Bei welchen Werten von n tritt der Worst–Case ein?

Aufgabe 2

Betrachten Sie folgende Adaption des Min–Cut–Algorithmus aus der Vorlesung auf das Problem, einen s–t–Min–Cut in einem ungerichteten Graphen zu finden. Die Menge, die aus Kontraktionen von Kanten hervorgeht und s beinhaltet, nennen wir den s–*Knoten*. Analog ist der t–*Knoten* definiert. Hier werden nur solche Kanten kontrahiert, die nicht zwischen dem s–Knoten und dem t–Knoten verlaufen.
Finden Sie ein Beispiel, bei dem der Algorithmus nur mit exponentiell kleiner Wahrscheinlichkeit einen s–t–Min–Cut findet.