# Bsp. für kontinuierliche Markovkette

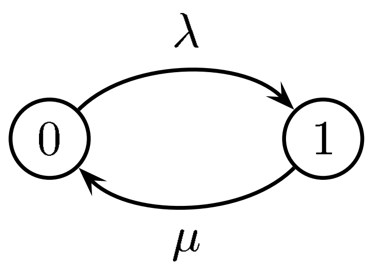
Betrachte Server mit zwei Zuständen:

$0 \mathrel{\hat{=}}$ kaputt
$1 \mathrel{\hat{=}}$ funktionsfähig

Annahmen:

“Time to Failure” (TTF) und “Time to Repair” (TTR) seien jeweils exponentialverteilt mit Parameter $\mu$ bzw $\lambda$.

Damit erhält man folgendes Übergangsdiagramm:




(Beachte: bei kontinuierlichen Markovketten bezeichnen die Label an den Kanten die Übergangs*raten* und <u>nicht</u> die Übergangs*w'keiten*.)

Bestimmung der stationären Verteilung:

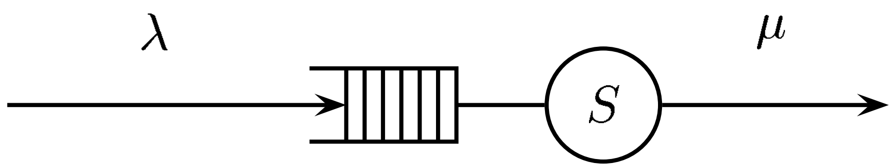
Bdg $(*)$: $\quad 0 = \pi_1 \cdot \mu - \pi_0 \cdot \lambda$
Normierungsbdg: $\quad 1 = \pi_0 + \pi_1$

Zusammen ergibt sich:

$\pi_0 = 1/(1 + \frac{\lambda}{\mu}) = \mu/(\lambda + \mu)$ und
$\pi_1 = \lambda/(\lambda + \mu)$.

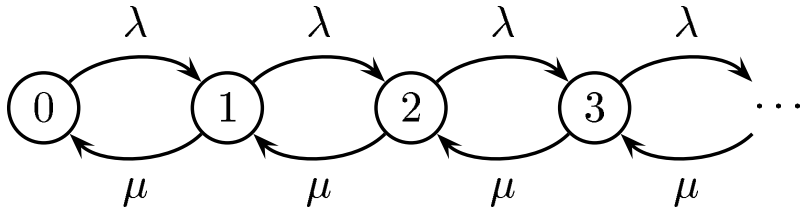
# $M/M/1$-Warteschlangen

Ankunfts- und Bearbeitungszeiten exponentialverteil mit Parametern $\lambda$ bzw. $\mu$:




Modellierung als Markovkette:

Zustand $\hat{=}$ Anzahl Jobs im System (wartend+in Bearbeitung)




Bestimmung der stationären Verteilung:

Bdg ($*$): $\quad 0 = \pi_{k-1}\cdot\lambda + \pi_{k+1}\mu - \pi_k(\lambda+\mu) \qquad \forall k \geq 1$

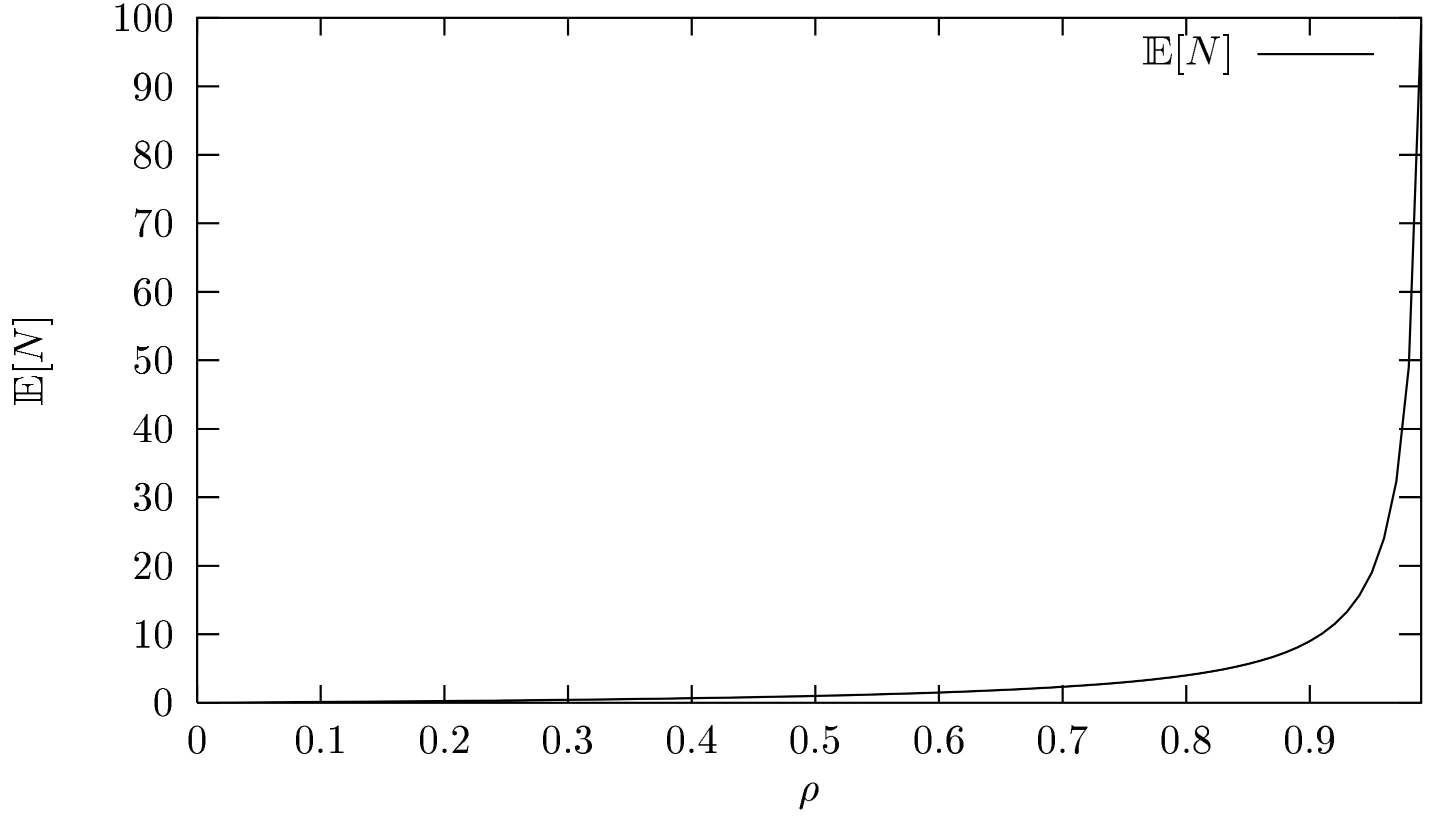
$\quad 0 = \pi_1\mu - \pi_0\lambda$

führt zu: $\quad \pi_k = \rho^k \pi_0 \qquad \forall k \geq 0,$ wobei $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$

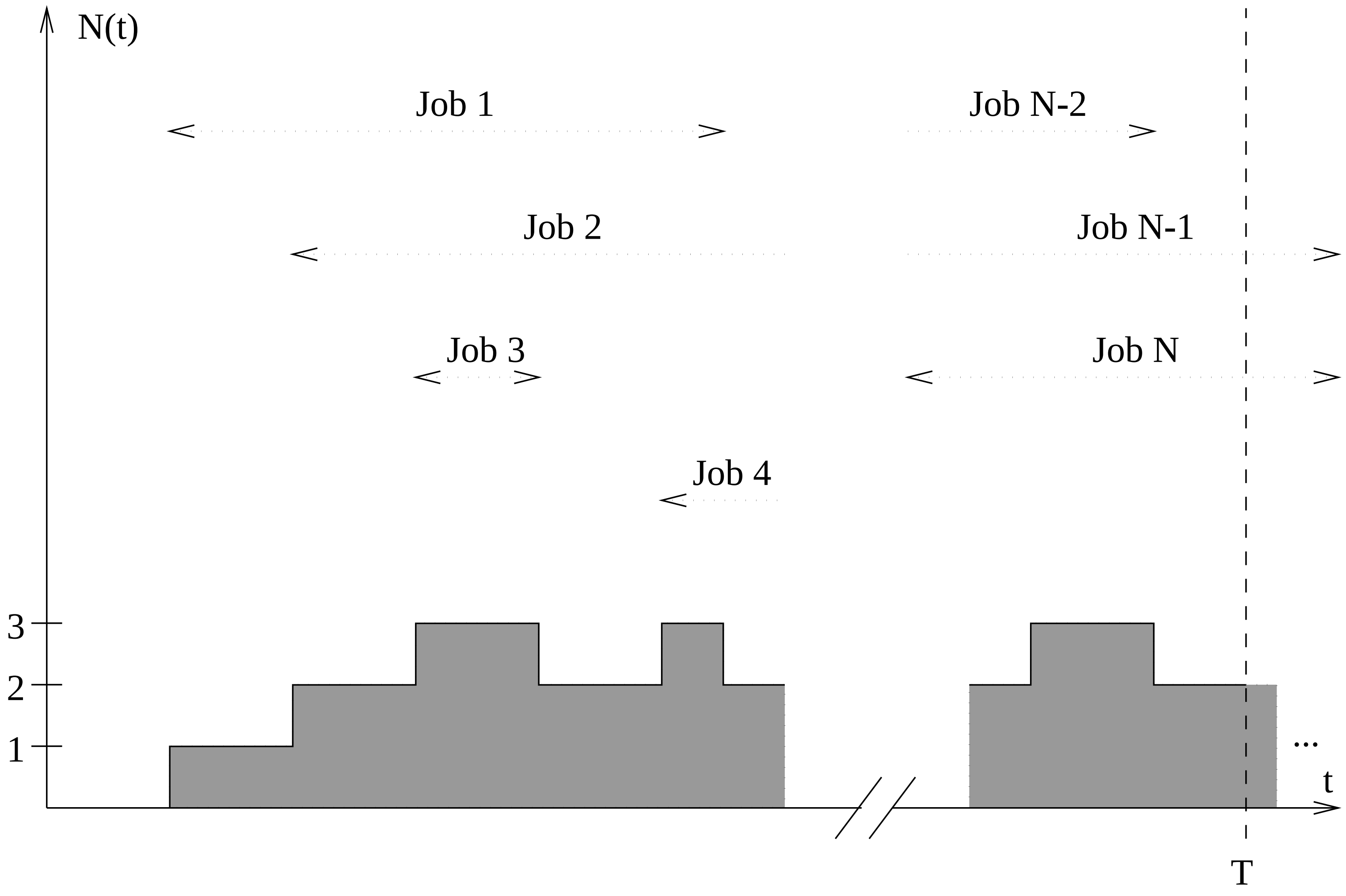
Normierungsbdg: $\sum_{k\geq 0} \pi_k = 1 \qquad \longrightarrow$ Ist nur für $\rho < 1$ erfüllbar!

$\rho < 1$: $\quad \pi_k = (1-\rho)\rho^k \qquad \forall k \geq 0$

$\rho \geq 1$: Es gilt: $\lim_{t\to\infty} q_k(t) = 0 \qquad \forall k \geq 0$



$\mathbb{E}[N]$
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
$\rho$
$\mathbb{E}[N]$


N(t)
Job 1
Job 2
Job 3
Job 4
Job N-2
Job N-1
Job N
3
2
1
...
t
T