Zentraler Grenzwertsatz

Die Zufallsvariablen $X_1, \ldots, X_n$ seien voneinander unabhängig und besitzen jeweils dieselbe Verteilung (mit Erwartungswert μ und Varianz σ^2).

Dann sind die Zufallsvariablen

$$Z_n := \frac{X_1 + \ldots + X_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}$$

asymptotisch standardnormalverteilt, also $Z_n \sim \mathcal{N}(0,1)$ für $n \to \infty$. Formaler ausgedrückt gilt: Die Folge der zu Z_n gehörenden Verteilungsfunktionen F_n hat die Eigenschaft

$$\lim_{n\to\infty} F_n(x) = \Phi(x)$$

Korollar des Zentralen Grentzwertsatzes:

Grenzwertsatz von DeMoivre:
$X_1, \ldots, X_n$ seien unabhängige Bernoulli-verteilte Zufallsvariablen mit gleicher Erfolgswahrscheinlichkeit p. [Bspw. Indikatorvariablen für die n-fache unabhängige Beobachtung eines Ereignis E]. Die Zufallsvariable H_n mit

$$H_n := X_1 + \ldots + X_n$$

nennen wir absolute Häufigkeit von E. Für $n \to \infty$ gilt: Die Verteilung der Zufallsgröße

$$\frac{H_n - np}{\sqrt{np(1-p)}}$$

konvergiert gegen die Standardnormalverteilung. Äquivalent dazu sind die Aussagen

- H_n besitzt die Verteilung $\mathcal{N}(np, np(1-p))$ bzw.
- H_n/n (die relative Häufigkeit von E) besitzt die Verteilung $\mathcal{N}(p, p(1-p)/n)$