Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Angelika Steger

SS 1998
Übungsblatt 5
5. Juni 1998

Diskrete Strukturen II

Aufgabe 1

Betrachten Sie die Dichtefunktion f_X einer mit Parameter λ Poisson-verteilten ZV X, $f_X(k) = \Pr[X = k] = e^{-\lambda}(\lambda^k/k!)$, sowie die einer mit Parametern n und p binomialverteilten ZV Y, $f_Y(k) = \Pr[Y = k] = \binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$. Mit $\lambda = np$ gilt nun $f_X(k) \approx f_Y(k)$ (*Poisson-Approximation der Binomialverteilung*).

1. Sei S die Anzahl Erfolge in 200 Bernoulli-Experimenten mit Erfolgswahrscheinlichkeit $\frac{1}{100}$ in jedem Versuch. Bestimmen Sie das kleinste s, für das $\Pr[S > s] < \frac{1}{2}$ gilt, mit Hilfe der Poisson-Approximation.
2. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Individuum eine gewisse Krankheit hat, sei 0.01. Bestimmen Sie mit Hilfe der Poisson-Approximation die Wahrscheinlichkeit, daß unter 120 Personen (i) niemand, (ii) genau eine, und (iii) zwei oder mehr Personen diese Krankheit haben. Vergleichen Sie mit dem exakten Ergebnis.

Aufgabe 2

Wir nennen eine Zufallsvariable X *hypergeometrisch* verteilt mit Parametern N, k und n, wenn für die Dichte gilt

$$f_X(r) = \Pr[X = r] = \frac{\binom{k}{r}\binom{N-k}{n-r}}{\binom{N}{n}}.$$

Eine solche Verteilung wird häufig benutzt, um Folgen von *abhängigen* Einzelzufallsexperimenten zu beschreiben, wie etwa das Ziehen von n Kugeln aus einer Urne mit N numerierten Kugeln *ohne* Zurücklegen (X beschreibt dann die Anzahl gezogenener Kugeln mit Nummern aus $\{1, \ldots, k\}$).

Ein Club besteht aus 30 Mitgliedern, von denen 20 Senioren und 10 Junioren sind. Es wird zufällig ein siebenköpfiges Kommittee bestimmt (ohne Zurücklegen bzw. -stellen). Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten, daß (i) das Kommittee mehrheitlich aus Junioren besteht, (ii) nicht mehr als zwei Junioren bestimmt werden, und (iii) die bedingte Wahrscheinlichkeit, daß es eine Mehrheit von Junioren gibt, unter der Annahme, daß wenigstens zwei Senioren dabei sind.