Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Angelika Steger

SS 1998
Übungsblatt 6
12. Juni 1998

# Diskrete Strukturen II

Man kann den zentralen Grenzwertsatz etwas "konkreter" interpretieren. Seien wie in der Vorlesung die Zufallsvariablen $X_1, \ldots, X_n$ jeweils mit Erwartungswert $\mu$ und Varianz $\sigma^2$ gegeben. Seien weiter $Y_n = X_1 + \cdots + X_n$, $Z_n = \frac{Y_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}$ und $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a \leq b$. Dann gilt:

$$\Pr\left[a \leq Z_n \leq b\right] \stackrel{n\to\infty}{\longrightarrow} \Phi(b) - \Phi(a),$$

oder äquivalent für $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, so daß $a = (\alpha - n\mu)/\sigma\sqrt{n}$ und $b = (\beta - n\mu)/\sigma\sqrt{n}$:

$$\Pr\left[\alpha \leq Y_n \leq \beta\right] \stackrel{n\to\infty}{\longrightarrow} \Phi\left(\frac{\beta - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}\right)$$

## Aufgabe 1

Nehmen Sie an, ein fairer Würfel wird 2000-mal geworfen. Wie groß ist die ungefähre Wahrscheinlichkeit, daß für die Gesamtaugenzahl $X$ gilt $7000 \leq X \leq 8000$? Für welches $x$ kann man die Wahrscheinlichkeit, daß $7000 - x \leq X \leq 7000 + x$ gilt, mit etwa $1/2$ abschätzen?

*Hinweis:* Sie können zum Berechnen der $\Phi$-Funktion etwa das in der HP-Halle installierte Mathematik-Paket `Maple` benutzen oder die Werte in einer geeigneten Tabelle nachschlagen.

## Aufgabe 2

Betrachten Sie das Flußdiagramm eines Algorithmus in Abb. 1. Die Kreise entsprechen verschiedenen Programmzuständen, die Labels an den Pfeilen entsprechen Übergangswahrscheinlichkeiten, d.h. der Algorithmus begibt sich z.B. von Zustand $s_1$ aus mit Wahrscheinlichkeit 0.6 in den Zustand $s_2$ und mit Wahrscheinlichkeit 0.4 in den Zustand $s_3$. $s_1$ sei der Startzustand, und $s_5$ möge der (einzige) terminierende Endzustand sein.
Bestimmen Sie die erwartete Zeit (Anzahl Schritte) bis zur Terminierung des Algorithmus.

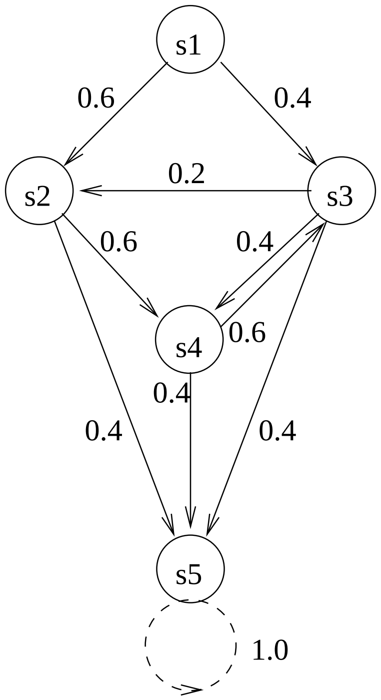


Abbildung 1: Flußdiagramm