Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Angelika Steger

SS 1998
Übungsblatt 9
3. Juli 1998

Diskrete Strukturen II

Aufgabe 1

Wir wollen Aussagen über die Bevölkerungsanzahl eines Staates treffen. Dazu machen wir die folgenden (vereinfachenden) Annahmen:
– Jedes Individuum zeugt während seiner Lebensdauer Nachkommen exponentialverteilt mit Rate λ. Die Lebensdauer jedes Individuums sei ebenfalls exponentialverteilt, diesmal mit Rate μ.
– Durch Immigration nimmt die Bevölkerungsanzahl exponentialverteilt mit Rate θ zu. Allerdings findet auf Grund gesetzlicher Bestimmungen keine Immigration statt, wenn immer die Bevölkerungszahl N oder mehr beträgt.
a) Modellieren Sie dies als kontinuierliche Markovkette.
b) Sei $N = 3$, $\lambda = \theta = 1$ und $\mu = 2$. Bestimmen Sie (für die stationäre Verteilung) den Anteil der Zeiten für den Immigration erlaubt ist.

Aufgabe 2

Wir betrachten zwei $M/M/1$ Warteschlangen mit Parametern $\lambda_i < \mu_i$, $i = 1, 2$. Weiter nehmen wir an, daß beide Wartenschlangen sich den gleichen Warteraum teilen und dieser nur Platz für höchstens N Kunden bietet. D.h., alle Kunden (egal für welchen der Server), die zu einem Zeitpunkt ankommen, während dem der Raum voll ist, werden unerledigt weggeschickt.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis “Im Warteraum befinden sich genau n Kunden für Server 1 und genau m Kunden für Server 2” in der stationären Verteilung.