Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

SS 1998
Übungsblatt 5
15. Juni 1998

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen II

(Abgabetermin: Donnerstag, den 25. Juni 1998, in der Vorlesung)

Aufgabe 1

In einem Netzwerk (G, c, s, t) mit Quelle s und Senke t soll ein minimaler s-t-Schnitt berechnet werden. Geben Sie eine geeignete Vereinfachung des Preflow-Push Algorithmus von Goldberg und Tarjan zur Lösung dieses Problems an.

Aufgabe 2

Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Eine Kantenmenge T heißt *u-v-Kantenseparator*, wenn jeder Pfad in G von u nach v mindestens eine Kante in T benützt. Sei $M(u, v)$ die minimale Kardinalität eines u-v-Kantenseparators. Sei weiterhin $p(u, v)$ die maximale Anzahl kantendisjunkter Pfade, die u und v verbinden. Zeigen Sie durch Reduktion auf ein Flußproblem in einem geeignet definierten Hilfsgraphen, daß $M(u, v) = p(u, v)$ ist. Der *Kantenzusammenhang* c von G werde als $c := \min_{u,v \in V} M(u, v)$ definiert. Geben Sie einen möglichst effizienten Algorithmus zur Berechnung von c an.

Aufgabe 3

Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph, und seien $u, v \in V$, $u \neq v$, $\{u, v\} \notin E$. Eine Knotenmenge $S \subseteq V \setminus \{u, v\}$ heißt *u-v-Knotenseparator*, falls jeder Pfad in G von u nach v mindestens einen Knoten in S enthält. Sei $N(u, v)$ die minimale Kardinalität eines u-v-Knotenseparators. Sei weiterhin $\bar{p}(u, v)$ die maximale Anzahl knotendisjunkter Pfade (ausschließlich der Endpunkte), die u und v verbinden. Zeigen Sie durch Reduktion auf ein Flußproblem in einem geeignet definierten Hilfsgraphen, daß $N(u, v) = \bar{p}(u, v)$ ist.

Aufgabe 4

Seien u, v zwei Vektoren aus $\mathbb{N}^n$. Zeigen Sie, wie sich das Problem, ob eine 0-1-Matrix (der Dimension $n \times n$) existiert, deren Zeilensummenvektor gleich u und deren Spaltensummenvektor gleich v ist, auf ein maximales Flußproblem reduzieren läßt. Welche Bedingungen ergeben sich für die Existenz einer solchen Matrix etwa aus dem Min-Cut-Max-Flow Satz? Sind diese Bedingungen hinreichend?