Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

SS 1998
Übungsblatt 6
25. Juni 1998

# Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen II

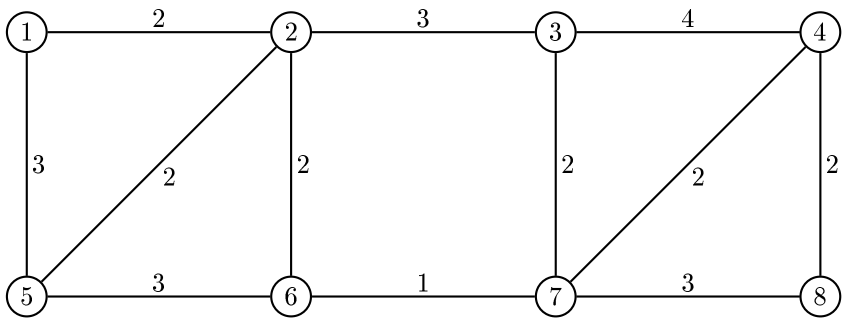
(Abgabetermin: Donnerstag, den 2. Juli 1998, in der Vorlesung)

## Aufgabe 1

Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter, einfacher und zusammenhängender Graph. Geben Sie eine Spezialisierung des Min-Cut Algorithmus von Stoer und Wagner an, die einen Schnitt minimaler Kardinalität in $G$ berechnet, und zeigen Sie, daß in diesem Fall eine bessere Laufzeit erreicht werden kann. Welcher Zusammenhang besteht zu Aufgabe 2 von Übungsblatt 5?

## Aufgabe 2

Illustrieren Sie den Ablauf des Min-Cut Algorithmus von Stoer und Wagner anhand des abgebildeten Graphens.




## Aufgabe 3

Sei $A$ eine nichtsinguläre $n \times n$ Matrix. Zeigen Sie

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \left((-1)^{i+j} \det(A_{ji})\right)_{1 \le i,j \le n},$$

wobei $A_{lk}$ die Matrix ist, die aus $A$ durch Streichen der $l$-ten Zeile und $k$-ten Spalte entsteht.

**Bitte wenden!**

## Aufgabe 4

Beweisen Sie die Aussage, daß für Elemente aus $\mathbb{Q}$ das Gaußsche Eliminationsverfahren im Bitmodell polynomielle Laufzeit in der Größe der Eingabematrix $A$ hat.

*Hinweis:* Es ist hauptsächlich zu zeigen, daß die Größe aller während der Rechnung auftretenden Zahlen polynomiell in $\mathrm{size}(A)$ beschränkt ist.
Sei dazu

$$A_k = \begin{pmatrix} B & C \\ 0 & D \end{pmatrix}$$

die Matrix nach dem $k$-ten Eliminationsschritt. Beweisen Sie zunächst, daß sich $\delta_{i,j}$, der $(i,j)$-te Eintrag von $D$, wie folgt darstellen läßt:

$$\delta_{i,j} = \det((A_k)^{1,\ldots,k,k+i}_{1,\ldots,k,k+j}) / \det((A_k)^{1,\ldots,k}_{1,\ldots,k}),$$

wobei $M^{i_1,\ldots,i_t}_{j_1,\ldots,j_t}$ die Untermatrix einer Matrix $M$ bezeichnet, die von den Zeilen $i_1,\ldots,i_t$ und den Spalten $j_1,\ldots,j_t$ induziert wird.