Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Dr. Michal Mnuk

SS 1998
Übungsblatt 2
20. Mai 1998

Grundlegende Algorithmen

Abgabe bis 27. Mai 1998 in der Übung

Aufgabe 4

a) Sei $A[n]$ ein Array mit n Zahlen, von denen nur die ersten m Einträge relevant sind, also nicht überschrieben werden dürfen. Entwerfen Sie einen Algorithmus INSERT(A, a, i), der eine Zahl a vor dem i-ten Element in A einfügt ($i \leq m$), und analysieren Sie seine Speicher- und Zeitkomplexität. Schreiben Sie den Algorithmus in Pseudocode auf, also in ähnlicher Notation wie die Algorithmen unten.

b) Welchen Einfluß hat das auf die *Zeit*komplexität zumindest einer naiven Implementierung des Algorithmus INSERTIONSORT, der ja bezüglich der Anzahl der Vergleiche Komplexität $O(n \log n)$ hat?

Analysieren Sie dazu konkret die Zeitkomplexität (O–Notation) von folgender Version des INSERTIONSORT:

INSERTIONSORT($A[n]$)
Hilfsarray $B[n]$, Zeiger $i_{max} := 0$;
für $i = 1, \cdots, n$: {

  INSERT(B,$A[i]$,BINARYSEARCH(B,$A[i]$,i_{max}));

  erhöhe i_{max} um eins;

}.

Dabei soll das Unterprogramm

BINARYSEARCH(B,a,i_{max})

Zeiger $j_{min} = 0; j_{max} := i_{max}, j_{mit} := \infty$;
solange $j_{min} < j_{max}$, wiederhole {

  $j_{mit} := \lfloor \frac{j_{min}+j_{max}}{2} \rfloor$;

  falls ($a \geq A[j_{mit}]$), $j_{min} := j_{mit} + 1$, sonst $j_{max} := j_{mit}$;

}
gebe j_{min} zurück.

die Position bestimmen und zurückgeben, vor der die Zahl a im (bis zum Index i_{max} mit geordneten Zahlen beschriebenen) Array B eingefügt werden soll.

Aufgabe 5

Versetzen Sie sich in die Rolle eines Gegenspielers. Konstruieren Sie für jedes n eine Folge von n Zahlen, so daß die folgende Version von SELECTIONSORT tatsächlich gezwungen ist, $\Omega(n^2)$ Rechenschritte zu absolvieren.

> SELECTIONSORT(A)
>
> Zu Beginn stehen die Zahlen in einem Array $A[n]$. Hilfsvariable $a_{min} := \infty$, Zeiger $i_{min} := \infty$.
> Für $i = 1, \cdots, n$: {
>
> Für $j = i, \cdots, n$: { Falls $A[j] < a_{min}$, $\{i_{min} := j;\ a_{min} := A[j];\}\}$
>
> Vertausche $A[i_{min}]$ mit $A[i]$.
>
> }.

Aufgabe 6

1. Zeigen Sie: Wenn $h \in O(f_1 + f_2)$, dann ist $h \in O(\max\{f_1, f_2\})$.
2. Zeigen Sie: Wenn $f_1 \in O(h)$ und $f_2 \in O(h)$, dann ist $f_1 + f_2 \in O(h)$ und $f_1 \cdot f_2 \in O(h^2)$.
3. Seien $\log n$ Funktionen $f_1, \ldots, f_{\log n}$ gegeben, die alle in $O(h)$ sind. Gilt dann, ähnlich wie oben: $f_1 + f_2 + \ldots + f_{(\log n)-1} + f_{\log n} \in O(h)$?