Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Dr. Michal Mnuk

SS 1998
Übungsblatt 8
15. Juli 1998

Grundlegende Algorithmen

Abgabe bis 22. Juni 1998 in der Übung

Aufgabe 23

a) Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter, nicht notwendigerweise zusammenhängender Graph. Beweisen Sie, daß die Prozedur **BFS**, gestartet an einem Knoten $v \in V$, die gesamte Zusammenhangskomponente von v entdeckt (also alle Knoten, die durch einen Pfad mit v verbunden sind).

b) Analog wie bei **DFS** können wir eine Kante, die zu einem von der **BFS** frisch entdeckten Knoten führt, *Baumkante* nennen. Ist das eine sinnvolle Begriffsbildung? Zeigen Sie:
Sei G ein zusammenhängender (ungerichteter) Graph. Die durch **BFS** gelieferte Menge von Baumkanten definiert einen Spannbaum von G.
[**Hinweis:** Sie dürfen das Ergebnis zitieren, daß ein zusammenhängender Graph auf n Knoten mit $n - 1$ Kanten ein Baum ist.]

Aufgabe 24

Ein Zyklus $z = (v_1, \ldots, v_k, v_1)$ im Graphen G heißt *einfach*, wenn in z kein Knoten (außer v_1) doppelt vorkommt. Modifizieren Sie die Prozedur **BFS**, so daß sie für einen ungerichteten Graphen G feststellt, ob G frei von Zyklen ist. Falls nein, so soll zum Beweis ein einfacher Zyklus in G angegeben werden.

Aufgabe 25

Sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender, ungerichteter Graph und $e \in E$ eine Kante von G. Geben Sie einen möglichst effizienten Algorithmus an, der für alle Knotenpaare (u, v) in G die Länge des kürzesten Weges von u nach v berechnet, der über e verläuft.
[**Hinweis:** Sie dürfen geeignete Gewichte auf den Kanten einführen.]