Satz 1 (Rekursionsgleichungen erster Ordnung) *Die Rekursionsgleichung*

$$a_n = x_n a_{n-1} + y_n \quad \text{\textit{für} } n > 0 \text{ \textit{und mit} } a_0 = 0$$

hat die Lösung

$$a_n = y_n + \sum_{1 \le j < n} y_j x_{j+1} x_{j+2} \cdots x_n.$$

Satz 2 *Wenn die Funktion a für $x \leq 1$ gleich 0 ist und wenn für $x > 1$ die Rekursion*

$$a(x) = \alpha a\left(\frac{x}{\beta}\right) + x$$

gilt, dann ist

$$a(x) \approx \begin{cases} \frac{\beta}{\beta-\alpha} x, & \text{wenn } \alpha < \beta, \\ x \log_\beta x, & \text{wenn } \alpha = \beta, \\ \frac{\alpha}{\alpha-\beta} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\{\log_\beta \alpha\}} x^{\log_\beta \alpha}, & \text{wenn } \alpha > \beta. \end{cases}$$

Satz 3 *Seien $\alpha \geq 1$ und $\beta > 1$ zwei Konstanten und sei $f(n)$ eine nichtnegative Funktion und sei $T(n)$ definiert durch die Rekursionsgleichung*

$$T(n) = \alpha T(n/\beta) + f(n),$$

wobei n/β sowohl als $\lfloor n/\beta \rfloor$ als auch als $\lceil n/\beta \rceil$ gelesen werden kann, dann ist

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(n^{\log_\beta \alpha}), & \text{wenn } f(n) = O(n^{\log_\beta \alpha - \epsilon}) \text{ für ein } \epsilon > 0, \\ \Theta(n^{\log_\beta \alpha} \log n), & \text{wenn } f(n) = \Theta(n^{\log_\beta \alpha}), \\ \Theta(f(n)), & \text{wenn } f(n) = \Omega(n^{\log_\beta \alpha + \epsilon}) \text{ für ein } \epsilon > 0. \end{cases}$$