Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Angelika Steger

WS 1998/99
Übungsblatt 10
26. Jan. 1999

Diskrete Strukturen I

(Abgabetermin: Dienstag, 2. Feb. 1999, vor der Vorlesung)

Aufgabe 1

Die Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ sei definiert durch

$$f(n) = \begin{cases} 100n & \text{, falls } n \text{ ungerade} \\ \frac{1}{2}n^2 \log n & \text{, falls } n \text{ gerade.} \end{cases}$$

Beweisen oder widerlegen Sie:

(a) $f(n) = \mathcal{O}(n^3)$

(b) $n = o(f(n))$

(c) $n = \omega(n)$.

Aufgabe 2

Schätzen Sie die Laufzeit zur Berechnung des Binomoialkoeffizienten $\binom{2n}{n}$ ab, wenn dieser

(a) rekursiv unter Verwendung der Pascalschen Identität

(b) mit Hilfe der in der Vorlesung vorgestellten dynamischen Programmierung

berechnet wird.

Aufgabe 3

Die sogenannte Stirlingsche Formel besagt:

$$n! = \sqrt{2\pi n} \cdot n^n e^{-n} e^{\alpha(n)},$$

wobei $\frac{1}{12n} - \frac{1}{n^3} \leq \alpha(n) \leq \frac{1}{12n}$ für alle hinreichend großen n.
Berechnen Sie $\binom{2n}{n}$ für $n = 10, 50$ und 100

(a) exakt

(b) unter Verwendung der Stirlingschen Formel (und Ignorierung des Korrekturfaktors $e^{\alpha(n)}$).

(Hinweis: Vermeiden Sie weitestgehend die Rundungsfehler! Diese können Sie beispielsweise bei Verwendung von Maple und Einstellung einer entsprechenden Genauigkeit vermeiden.)

Aufgabe 4

Beweisen oder widerlegen Sie:

(a) Es gibt eine Algebra $A = (S, \circ)$ mit einem zweistelligen Operator $\circ$, so daß A ein linkes neutrales Element, aber kein rechtes neutrales Element enthält.

(b) Es gibt eine Algebra $A = (S, \circ)$ mit einem zweistelligen Operator $\circ$ und $|S| \geq 2$, so daß jedes Element in S ein Linksinverses hat, aber nur e hat auch ein Rechtsinverses besitzt.