Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Angelika Steger

WS 1998/99
Übungsblatt 11
2. Feb. 1999

Diskrete Strukturen I

(Abgabetermin: Dienstag, 9. Feb. 1999, vor der Vorlesung)

Aufgabe 1

Zeigen Sie, daß die Menge aller 2×2 Matrizen

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$

mit $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$ und $\alpha\delta \neq \beta\gamma$ bezüglich der üblichen Matrizenmultiplikation eine Gruppe bildet.

Aufgabe 2

(a) Bestimmen Sie die Ordnung jedes Elements in $\langle \mathbb{Z}_{12}, +_{12} \rangle$.

(b) Bestimmen Sie bis auf Isomorphie alle Gruppen mit 6 Elementen.

Aufgabe 3

Es seien K, L zwei Untergruppen einer endlichen Gruppe $\langle G, \circ \rangle$. Wir setzen $KL := \{k \circ l \mid k \in K, l \in L\}$. Beweisen Sie:

(a) $|K| \cdot |L| = |K \cap L| \cdot |KL|$

(b) KL ist genau dann eine Untergruppe von G, falls $KL = LK$.

Aufgabe 4

Es sei $G = \langle S, \circ \rangle$ eine Gruppe mit neutralem Element e.
Beweisen oder widerlegen Sie:

(a) Für alle $a, b \in S$ gilt $(a \circ b)^{-1} = a^{-1} \circ b^{-1}$.

(b) Falls $a \circ a = e$ für alle $a \in S$, dann ist G abelsch.