Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Angelika Steger

WS 1998/99
Übungsblatt 2
10. Nov. 1998

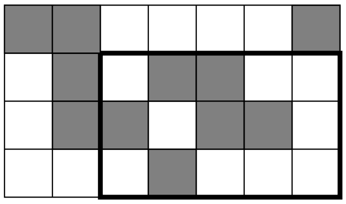
Diskrete Strukturen I

(Abgabetermin: Dienstag, 17. Nov. 1998, vor der Vorlesung)

Aufgabe 1

Die Felder eines 4×7 Schachbrettes werden beliebig mit den Farben rot und blau gefärbt. Zeigen Sie, daß es immer ein Rechteck der Größe mindestens 2×2 gibt, dessen Ecken einheitlich gefärbt sind.

Beispiel: Die Ecken des stark umrahmten Rechtecks sind alle weiß (sprich rot).



Aufgabe 2

Eine *Telefonnummer* ist eine 6-stellige Dezimalzahl, die *nicht* mit einer Null beginnt.

1. Wieviele verschiedene Telefonnummern gibt es?
2. Wieviele Telefonnummern gibt es, in denen mindestens eine Ziffer zweimal vorkommt?

Aufgabe 3

1. Erzeugen Sie eine Maple-Prozedur `ListKSubsets2(n,k)`, die alle k-elementigen Teilmengen der Menge [n] auflistet, die keine zwei aufeinanderfolgenden Zahlen enthalten.

Beispiel: Für $n = 6$ und $k = 3$ sollte Ihr Programm die Mengen $\{1, 3, 5\}$, $\{1, 3, 6\}$, $\{1, 4, 6\}$, $\{2, 4, 6\}$ (in beliebiger Reihenfolge) ausgeben.

Hinweis: Auf der Web-Seite der Vorlesung finden Sie einen Lösungsvorschlag, zu dem verwandten Problem, bei dem *alle* k-elementigen Teilmengen aufgezählt werden.

2. Wieviele k-elementige Teilmengen der Menge $[n]$ gibt es, die keine zwei aufeinanderfolgende Zahlen enthalten?

   Hinweis: Ihre Antwort sollte aus einem einzigen Binomialkoeffizienten bestehen. Begründen Sie Ihre Antwort kombinatorisch (und überprüfen Sie sie an Hand Ihrer Lösung zu Teil 1).

Aufgabe 4

Bestimmen Sie für $k = 10$ und 11, wieviele Worte der Länge k man aus den Buchstaben des Wortes **ABRAKADABRA** bilden kann.

Hinweis: Die *Worte* müssen keinen Sinn ergeben!

Challenge Aufgabe 2

Bestimmen Sie einen einfachen Ausdruck für: $\sum_{k=1}^{n} k \binom{n}{k}^2$. Beweisen Sie Ihre Antwort!