Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Angelika Steger

WS 1998/99
Übungsblatt 6
8. Dez. 1998

Diskrete Strukturen I

(Abgabetermin: Dienstag, 15. Dez. 1998, vor der Vorlesung)

Aufgabe 1

(a) Bestimmen Sie die Anzahl verschiedener spannender Bäume in einem vollständigen Graphen auf 10 Knoten.

(b) Bestimmen Sie die Anzahl verschiedener spannender Bäume in einem vollständigen Graphen auf 10 Knoten, in denen jeder Knoten, der kein Blatt ist, Grad 3 hat.

Aufgabe 2

Zeigen Sie: Ist $G = (V, E)$ ein k-regulärer Graph, dann gilt

$$\chi(G) \geq \frac{|V|}{(|V| - k)}.$$

Aufgabe 3

(a) Zeigen Sie: Ist $G = (V, E)$ ein bipartiter planarer Graph, so gilt $|E| \leq 2|V| - 4$.
Tip: Modifizieren Sie geeignet den Beweis eines analogen Resultates der Vorlesung.

(b) Folgern Sie aus Teil (a): Der $K_{3,3}$ ist nicht planar.

Aufgabe 4

In einer Villa gibt es insgesamt r Räume mit s Schaltern, wobei ein Schalter unter Umständen Licht in einem anderen Raum ein- und ausschaltet. Am Anfang ist nur im Flur (Raum Nr. 1) das Licht an. Mr. Black möchte vom Flur in sein Schlafzimmer (Raum Nr. r) gelangen. Dabei will er nur Räume betreten, in denen das Licht brennt, und wenn er im Schlafzimmer angekommen ist, müssen

alle Lichter (außer im Schlafzimmer) ausgeschaltet sein. Schreiben Sie ein Programm (C++, Java, Maple, Mathematica), das, gegeben eine Beschreibung der Villa, einen kürzesten Weg (möglichst geringe Anzahl von Ergeignissen: „Raum betreten", „Licht einschalten", „Licht ausschalten") vom Flur ins Schlafzimmer findet.
Die Eingabe enthält eine Beschreibung der Villa. In der ersten Zeile stehen die Zahlen r, d und s, wobei d die Gesamtanzahl der Türen angibt. Danach stehen d Zeilen mit jeweils zwei Zahlen i und j, die angeben, daß es eine Tür zwischen den Räumen i und j gibt. Dann folgen s Zeilen mit jeweils zwei Zahlen k und l, die angeben, daß es im Raum k einen Schalter gibt, der das Licht im Raum l steuert.
Ein Eingabefile mit mehreren Beschreibungen finden Sie auf der Übungsseite im WWW.
Das Programm soll alle Schritte in einem kürzesten Weg ausgeben oder entscheiden, daß es keinen Weg gibt.

Challenge Aufgabe 6

Wie bewacht man ein Museum? Die Aufgabe ist, in einem Museum Wächter so aufzustellen, daß sie zusammen alle Räume des Museums vollständig überblicken können. (Dabei darf jeder Wächter rundherum schauen, aber keiner darf sich von seinem Platz wegbewegen.)
Zur Vereinfachung nehmen wir an, daß das Museum aus n geraden Wänden aufgebaut ist und sich im Inneren keine Wände befinden.
Man zeige: In jedem solchen Museum kommt man mit $\lfloor n/3 \rfloor$ Wächtern aus.
Tip: Man zerlege das Innere des Museums geeignet in Dreiecke und färbe deren Ecken.