Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Angelika Steger

WS 1998/99
Übungsblatt 8
12. Jan. 1999

Diskrete Strukturen I

(Abgabetermin: Dienstag, 19. Jan. 1999, vor der Vorlesung)

Aufgabe 1

Es sei $T[1..n]$ ein Array mit n Elementen. Ein Element x heißt *Majoritätselement* für T, falls gilt:

$$|\{1 \leq i \leq n \mid T[i] = x\}| > \frac{n}{2}.$$

(Beachte: Nicht jedes Array enthält ein solches Majoritätselement. Aber jedes Array enthält sicherlich höchstens eines.)
Überlegen Sie sich einen Algorithmus, der in linearer Zeit entscheidet, ob ein gegebenes Array ein Majoritätselement enthält und, falls ja, ein solches auch bestimmt.

Aufgabe 2

Es bezeichne x_n die Anzahl der verschiedenen Überdeckungen eines $2 \times n$ Rechteckes mit n (nichtüberlappenden) 1×2 Rechtecken. Bestimmen Sie eine Rekursionsformel für x_n und berechnen Sie x_n.

Aufgabe 3

Wir bezeichnen mit y_n die Anzahl der Wörter der Länge n über dem Alphabet $\{a, b, c\}$, die eine gerade Anzahl a's und eine ungerade Anzahl b's enthalten.

(a) Bestimmen Sie eine möglichst einfache Rekursionsformel für y_n.

(b) Bestimmen Sie eine möglichst einfache Darstellung der zugehörigen erzeugenden Funktion.

Aufgabe 4

Lösen Sie die Rekursion

$$a_0 = 1, \qquad a_{n+1} = 2a_n + n \quad \forall n \geq 0.$$

Hinweis: Raten der Lösung (mit anschliessendem Beweis der Korrektheit) ist erlaubt.