Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Angelika Steger

WS 1998/99
Übungsblatt 9
26. Jan. 1999

Diskrete Strukturen I

(Abgabetermin: Dienstag, 26. Jan. 1999, vor der Vorlesung)

Aufgabe 1

Vor einer Kinokasse warten $2n$ Leute in einer Schlange. Der Eintritt kostet 10 DM. Genau die Hälfte der Leute haben einen 10 DM Schein dabei, die übrigen haben zwar keinen 10 DM Schein, aber zumindest einen 20 DM Schein dabei. Der Kassierer hat zu Beginn kein Geld.
Bestimmen Sie die Anzahl Anordnungen der $2n$ Leute in der Schlange, für die der Kassierer *jeder* Person, die nur einen 20 DM Schein besitzt korrekt herausgeben kann.

Aufgabe 2

Auf wieviele Arten können n in einer Reihe stehende Stühle so mit Personen besetzt werden, daß keine zwei Personen direkt nebeneinander sitzen?

Aufgabe 3

Bestimmen Sie jeweils einen einfachen Ausdruck für die erzeugenden Funktionen der folgenden drei Folgen:

(a) $1, 0, 1, 0, 1, 0, \ldots$

(b) $F_1, 2F_2, 3F_3, 4F_4, \ldots$, (die F_i seien die Fibonacci Zahlen)

(c) $0, 1, 1/2, 1/3, 1/4, \ldots$

Aufgabe 4

Unter einer Münzenpyramide verstehen wir ein mehrzeiliges Arrangement gleichartiger Münzen derart, daß jede Münze einer Reihe genau zwei Münzen der tiefergelegenen Nachbarreihe berührt. Jede Münzenreihe sei zusammenhängend.

(a) Zeigen Sie, daß die Anzahl f_n der Münzenpyramiden mit n Münzen in der untersten Reihe, für $n \geq 1$, der Rekursion

$$f_n = \sum_{j=1}^{n-1} (n-j) f_j + 1$$

genügt. (Dabei setzen wir $f_0 := 0$.)

(b) Leiten Sie unter Verwendung erzeugender Funktionen eine explizite Darstellung für f_n her.