Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

SS 1999
Übungsblatt 6
18. Juni 1999

Diskrete Strukturen II

(Abgabetermin: **Freitag, 25. Juni 1999**, in der Vorlesung)

Aufgabe 1

Sei wie in der Vorlesung $S := \sum_{i=1}^{n} X_i$ eine Summe von unabhängigen 0/1–Zufallsvariablen X_i mit $\Pr[X_i = 1] = p_i$, so daß $\mathbb{E}[S] = \sum_{i=1}^{n} p_i =: m$.
Beweisen Sie die folgende Chernoff–Schranke für den linken *Tail* der Verteilung von S, nämlich daß

$$\Pr[S \leq (1-\varepsilon)m] \leq e^{-\varepsilon^2 m/2} \leq \left(\frac{e^{\varepsilon}}{(1+\varepsilon)^{1+\varepsilon}}\right)^m,$$

für $0 \leq \varepsilon \leq 1$. Verwenden Sie dazu die Abschätzungen aus dem in der Vorlesung bewiesenen Lemma.

Aufgabe 2

Plotten Sie die Binomialverteilung $j \mapsto B(j;\ n, p)$, für jeweils mindestens drei verschiedene Werte von n,

1. für $p = 0.5$
2. und für $p = 0.25$.

Berechnen Sie jeweils die Standardabweichung $\sigma_{n,p}$ und markieren Sie das Intervall $[np - \sigma_{n,p}, np + \sigma_{n,p}]$ in den Plots. Wir werden auf der `hphalle` unter `~voll/ds2/` Tips zum Umgang mit `gnuplot` ablegen.
Wie wächst das Verhältnis von Standardabweichung zum Erwartungswert (also $\frac{\sigma_{n,p}}{np}$) in Abhängigkeit von n?

Aufgabe 3

Schreiben Sie zwei kurze (!) Programme in `C`, `C++` oder `java`. Bauen Sie einen Zähler ein, so daß Sie am Ende die Anzahl der Vergleiche ausgeben können.

1. Quicksort mit deterministischer Wahl des Pivot–Elements (erster Eintrag im jeweiligen Array als Pivot).
2. Quicksort mit randomisierter Wahl des Pivot–Elements (gleichverteilt).

Experimentieren Sie mit den Programmen auf Arrays der Länge 1000 bis 100000, und dokumentieren Sie die jeweils nötige Anzahl von Vergleichen auf einem zufällig permutierten Array, auf einem sortierten Array, auf einem verkehrt herum sortierten Array und zuletzt auf einem Array, das aus einem vorsortierten entsteht, indem die vordere und die hintere Hälfte vertauscht werden.