Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

SS 1999
Übungsblatt 1
6. Mai 1999

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen II

(Abgabetermin: Freitag, den 14. Mai 1999, bei Herrn Raab)

Aufgabe 1

Beschreiben Sie, wie man Dijkstra's Algorithmus so modifizieren kann, daß er neben der Länge auch die Anzahl kürzester Wege von einem gegebenen Startknoten zu einem anderen Knoten berechnet.

Aufgabe 2

Sei $G = (V, E)$ ein azyklischer Digraph mit einer nicht-negativen Längenfunktion c, und seien $s, t \in V$ zwei ausgezeichnete Knoten. Ein zweitkürzester s-t-Pfad ist ein gerichteter Pfad von s nach t, der, ordnet man alle s-t-Pfade gemäß ihrer Länge schwach aufsteigend an, in dieser Ordnung an zweiter Stelle stehen könnte (Pfade gleicher Länge seien gleichberechtigt). Beschreiben Sie einen möglichst effizienten Algorithmus, der einen solchen zweitkürzesten s-t-Pfad bestimmt.

Aufgabe 3

Sei $G = (V, E)$ ein ungewichteter Digraph mit $n = V$ Knoten, und sei für $u, v \in V$ $s(u, v)$ die Entfernung von u nach v, also die Anzahl der Kanten auf einem kürzesten Pfad von u nach v. Geben Sie einen "möglichst einfachen" Graphen mit n Knoten an, für den

$$\sum_{u,v \in V} s(u, v) = \Omega(n^3) \ .$$

Aufgabe 4

Die vorangehende Aufgabe zeigt, daß für das All-pairs-shortest-distance-Problem die Länge der Ausgabe $\Omega(n^3)$ sein kann, falls für jedes Knotenpaar ein kürzester Pfad ausgegeben werden soll. Sei nun für zwei Knoten u und v in einem ungewichteten Digraphen $G = (V, E)$ $f(u, v)$ die erste Kante auf einem kürzesten Pfad in G von u nach v.

1. Zeigen Sie, wie mittels $f(\cdot, \cdot)$ ein kürzester Pfad von u nach v effizient berechnet werden kann.

2. Skizzieren Sie eine Modifikation des in der Vorlesung gezeigten Algorithmus APSD, die $f(\cdot, \cdot)$ effizient berechnet.