Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Volker Heun

SS 1999
Übungsblatt 1
11. Mai 1999

Grundlegende Algorithmen

Abgabetermin: 18. Mai

Aufgabe 1

Diese Aufgabe ist nicht abzugeben, sondern nur am Rechner selbst auszuprobieren!

In der `hphalle` bzw. `sunhalle` finden Sie unter `~heun/fib.gs` ein `gofer`-Skript, das die drei in der Vorlesung vorgestellten Varianten zur Berechnung der n-ten Fibonacci-Zahlen beinhaltet. Vergleichen Sie für unterschiedlich Werte die Anzahl der Reduktionen, die für die verschiedenen Berechnungen von f_n benötigt werden. Für welche n ist welche Variante zur Berechnung am besten (bzgl. der Reduktionen)?

(Vergleichen Sie u.a. auch in der `sunhalle` `fib1 30` mit `fib2 30` und `fib2 5000` mit `fib3 5000` bzw. in der `hphalle` `fib1 25` mit `fib2 25` und `fib2 5000` mit `fib3 5000`.)

Beachten Sie, daß die Ausgabe (x, y) als $x * 10^y$ zu interpretieren ist.

Aufgabe 2

Sei SuperComputer ein leistungsfähiger Rechner, der in einer Sekunde 1.000 komplexe Operationen ausführen kann. Für ein bestimmtes Problem seien vier verschiedene Algorithmen gegeben. Hierbei benötigt der i-te Algorithmus bei Eingabe von n $T_i(n)$ viele Operationen, wobei

$$\begin{aligned} T_1(n) &= 50n \\ T_2(n) &= 10n\log_2(n) \\ T_3(n) &= 3n^2 \\ T_4(n) &= 2^n \end{aligned}$$

ist. Geben Sie in einer Tabelle an, für welche Eingabewerte n der i-te Algorithmus auf dem SuperComputer genau eine Sekunde, eine Minute, eine Stunde, bzw. einen Tag Rechenzeit benötigt.

Sei SuperComputer II eine Weiterentwicklung von SuperComputer, der um den Faktor 10 schneller ist, also 10.000 komplexe Operationen pro Sekunde ausführen kann. Auf welche Größe kann man die Eingabe n für die vier verschiedenen Algorithmen aus Aufgabe 2 gegenüber SuperComputer erhöhen, wenn man dieselbe Rechenzeit zur Verfügung hat?

Aufgabe 3

Beweisen Sie, daß die Länge der k-ären Darstellung ohne führende Nullen der Zahl $n \in \mathbb{N}$ genau $1 + \lfloor \log_k(n) \rfloor$ ist.
Die Zeichenreihe $a_{m-1} \cdots a_0$ ist genau dann die *k-äre Darstellung ohne führende Nullen* der Zahl n, wenn $a_i \in \{0, \ldots, k-1\}$ für alle $i \in \{0, m-1\}$ mit $a_{m-1} > 0$ und

$$\sum_{i=0}^{m-1} a_i k^i.$$

Wie sieht im Vergleich dazu die Unärdarstellung der Zahl n aus und wieviele Zeichen werden hierfür benötigt?

Aufgabe 4

Zeigen Sie:

1. $\dfrac{5n^2 + 7n}{n - \log(n)} = \Theta(n)$,
2. $n^{1/\log(n)} = O(1)$,
3. $\forall k \in \mathbb{N} : \ \forall 0 < \epsilon \in \mathbb{R} : \ \log^k(n) = o(n^\epsilon)$.