Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Volker Heun

SS 1999
Übungsblatt 5
15. Juni 1999

Grundlegende Algorithmen

Abgabetermin: 22. Juni

Aufgabe 1

Geben Sie einen Algorithmus an, der das Problem in Aufgabe 3 von Blatt 4 in linearer Zeit löst.

Hinweis: Diesen kann man auch als Divide-and-Conquer-Algorithmus interpretieren, der ein Problem der Größe n in ein Teilproblem der Größe $n-1$ und ein Teilproblem der Größe 1 aufteilt.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Anzahl der Vergleiche bei Quickselect (Blatt 4, Aufgabe 4) im schlimmsten Fall.

Für die Bestimmung der mittleren Anzahl an benötigten Vergleichen von Quickselect nehmen wir an, daß alle Permutation der Eingabedaten gleichwahrscheinlich sind. Bezeichnen wir mit $\bar{V}(n,k)$ die Anzahl von Vergleichen die Quickselect benötigt um das Element mit Rang k einen n-elementigen Menge zu finden. Weiter bezeichnen wir mit $\bar{V}(n) := \max_{k=1,\ldots,n} \bar{V}(n,k)$.
Dann ergibt sich die folgende Rekursionsgleichung:

$$\begin{aligned} \bar{V}(n) &= 0 \qquad \text{für } n = 1 \\ \bar{V}(n) &\leq (n-1) + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \bar{V}(\max\{i-1, n-i\}) \qquad \text{für } n > 1 \end{aligned}$$

Begründen Sie diese Rekursionsgleichung und lösen Sie diese.

Hinweis: Sie können eine Lösung auch raten und diese mittels Induktion verifizieren.

Aufgabe 3

Geben Sie einen Entscheidungsbaum für Ihre Implementierung des SelectionSort (Blatt 3, Aufgabe 3) für Eingaben der Länge 4 an.