Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Angelika Steger

SS 1999
Übungsblatt 5
15. Juni 1999

Komplexitätstheorie

Aufgabe 1

Das Problem $\frac{1}{2}$-SAT ist definiert als die Menge aller Boole'schen Formeln, die durch mehr als die Hälfte ihrer Variablenbelegungen erfüllt werden, und das Problem $\sharp$SAT ist definiert durch

$$\sharp\mathrm{SAT} = \{\langle F, i\rangle \mid F \text{ ist eine Boole'sche Formel mit } > i \text{ erfüllenden Belegungen}\}.$$

Zeigen Sie: $\sharp\mathrm{SAT} \in \mathcal{PP}$. (*Hinweis: In der Vorlesung wurde gezeigt, daß $\frac{1}{2}$-SAT $\in \mathcal{PP}$.*)

Aufgabe 2

Zeigen Sie, daß $\sharp$SAT $\mathcal{PP}$-vollständig ist.
(*Hinweis: Modifizieren Sie auf geeignete Weise den Beweis zum Satz von Cook.*)

Aufgabe 3

Das *einem Maximierungsproblem* $O = \langle \mathcal{I}, \mathrm{Sol}, \mathrm{val}, \mathrm{MAX}\rangle$ *zugeordnete Entscheidungsproblem* D ist definiert durch

$$D = \{\langle x, k\rangle \mid x \in \mathcal{I} \wedge k > 0 \wedge (\exists y \in \mathrm{Sol}(x) \textit{ mit } \mathrm{val}(x,y) \geq k)\},$$

und symmetrisch für ein Minimierungsproblem. Zeigen Sie: Falls für ein Optimierungsproblem in NPO das zugehörige Entscheidungsproblem in $\mathcal{P}$ liegt, so ist die Funktion OPT, die jede Instanz x von O auf den Wert einer optimalen Lösung abbildet, effizient berechenbar (d.h. OPT $\in \mathcal{FP}$).